

# 課題1

## 軸力と曲げモーメントの相互作用図

### 0. はじめに

骨組構造を形成する梁・柱構造部材には、一般に軸力、曲げモーメント、せん断力が作用するが、ここでは軸力と曲げモーメントの複合断面力を受ける断面の相互作用図 (*interaction curve*) を考える。とくに、柱部材では、偏心軸圧縮力や、地震・風などの水平力を受け(図-1)、軸力+曲げ荷重下の検討は、設計上不可欠となる。

また、相互作用図の作成に際しては、降伏状態と終局状態を考えるものとする。

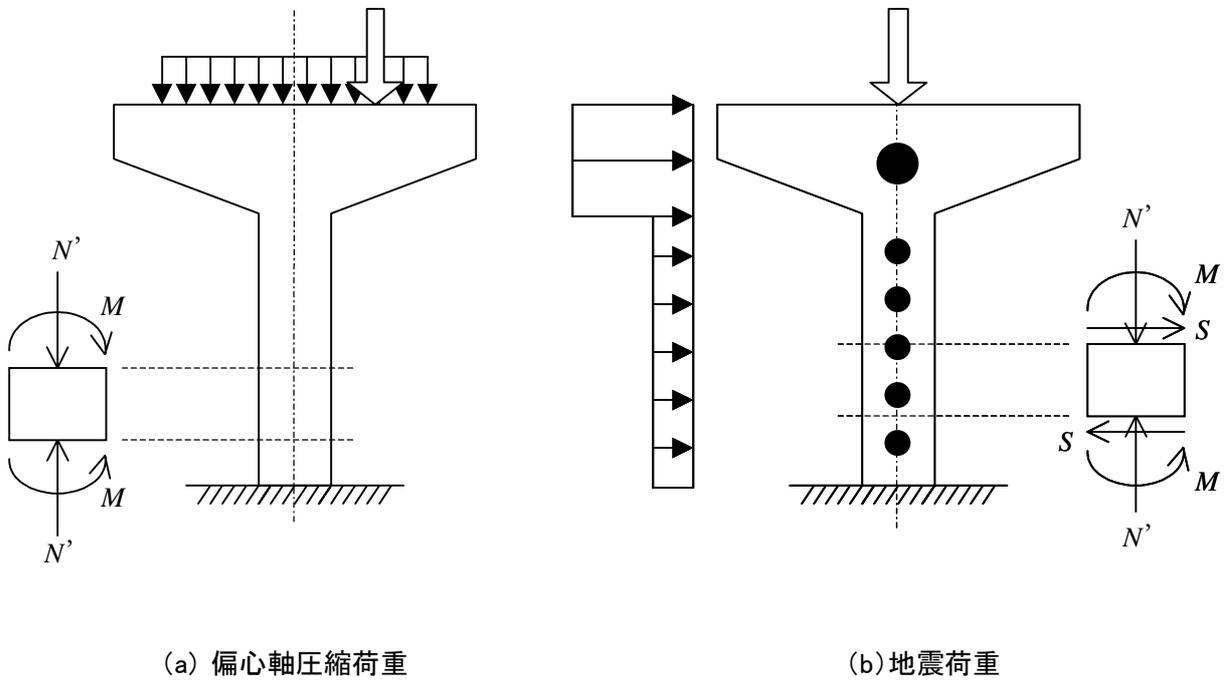


図-1

# 1. 軸力作用時における曲げ耐力基本式の算定<sup>1)</sup>

ここでは破壊包絡線の作成を前提としているので、コンクリートは引張領域を無視した RC 断面時を考える。圧縮域コンクリートは応力分布は簡易的に、降伏時は線形分布、終局時は等価応力ブロック(図-2)を考えることにする。

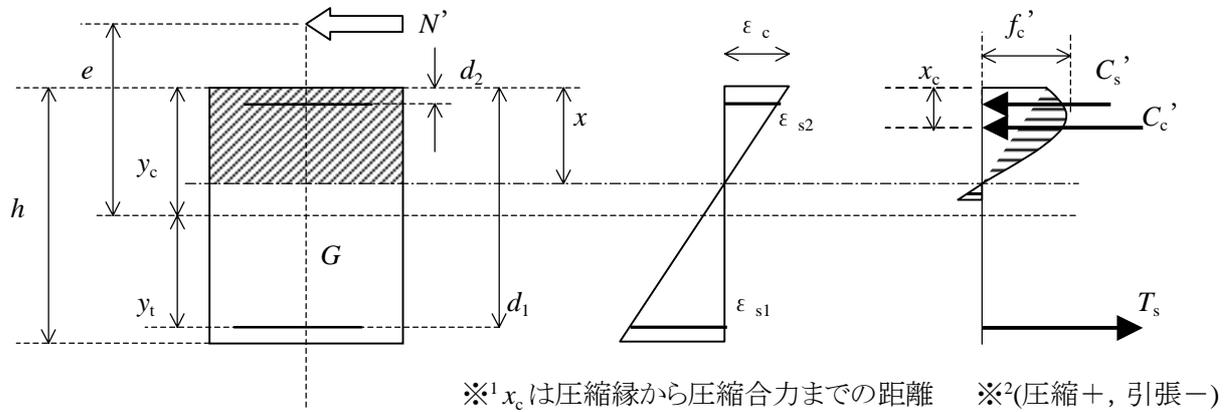


図-2

## 1. 1 釣り合い条件

○軸方向力

$$N' = C_c' + C_s' + T_s \quad (1)$$

○モーメント

$M = N'e$  となることから

・図心点まわり

$$N'e = C_c'(y_c - x_c) + C_s'(y_c - d_2) - T_s y_t \quad (2)$$

$$\therefore M = C_c'(y_c - x_c) + C_s'(y_c - d_2) - T_s y_t \quad (3)$$

・引張鉄筋回り

$$N'(e + y_t) = C_c'(d_1 - x_c) + C_s'(d_1 - d_2) \quad (4)$$

$$\therefore M = C_c'(d_1 - x_c) + C_s'(d_1 - d_2) - N' y_t \quad (5)$$

・中立軸回り

$$N'\{e - (y_c - x)\} = C_c'(x - x_c) + C_s'(x - d_2) - T_s(d_1 - x) \quad (6)$$

$$\therefore M = C_c'(x - x_c) + C_s'(x - d_2) - T_s(d_1 - x) + N'(y_c - x) \quad (7)$$

式(3)(5)(7)の3つの式は着目した中心軸が異なるだけであり、いずれも同じ条件を与える。軸方向力  $N'$  の釣り合いから中立軸位置  $x$  (または  $a$ ) を求めることができ、各式に代入した曲げモーメント  $M$  は3式とも同じ値になる。

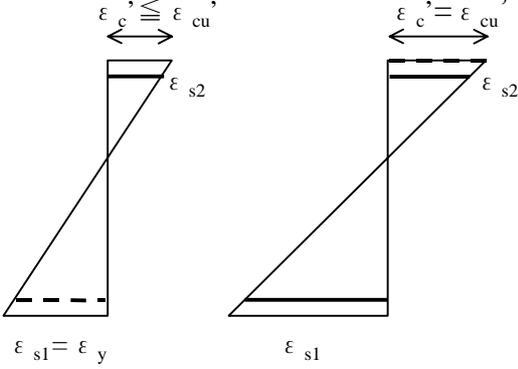
降伏状態とは引張主筋位置でのひずみ  $\epsilon_{s1}$  がその降伏ひずみ  $\epsilon_y$  に達した時、終局状態をコンクリート圧縮縁でのひずみがコンクリートの圧縮限界ひずみに達した時と定義する(表-1)。それぞれの条件に応じて中立軸  $x$  を仮定し、平面保持によって鉄筋位置のひずみ  $\epsilon_{s1}$ ,  $\epsilon_{s2}$ , 圧縮コンクリートのひずみ分布  $\epsilon_c(y)$  を求めると、それぞれの材料の応力ひずみ関係より各材料の応力、そして合力  $C_c'$ ,  $C_s'$ ,  $T_s$  が求まる。

その合力の和と軸力  $N'$  の釣り合い式を満足するような中立軸位置  $x$  を反復計算して求め、さらに曲げモーメント  $M$  を求める。その  $M$ ,  $N$  が降伏時であれば  $M_y$ ,  $N_y$ , 終局状態であれば  $M_u$ ,  $N_u$  のように記す。軸力の大きさを変え、以上

の作業を繰り返すことで破壊包絡線(相互作用図)が導かれる。

したがって、軸力の大きさによっては引張鉄筋が降伏せずに圧縮縁で圧縮限界に達する場合もあり、これを(曲げ)圧縮破壊型と呼ぶ。降伏を経て終局状態に達する場合を(曲げ)引張破壊と呼ぶ。また、その境界である、引張鉄筋の降伏と圧縮縁コンクリートの圧縮破壊が同時に起こる場合を釣り合い破壊と呼んでいる。

表-1 各限界状態の定義

<p>限界状態の定義 (降伏および終局状態におけるひずみ分布)</p>	<p>降伏 <span style="float:right">終局</span></p>  <p><math>\epsilon_{s1} = \epsilon_y</math> <span style="float:right"><math>\epsilon_{s1}</math></span></p>
<p>定義位置</p>	<p>降伏: 最外縁鉄筋位置 <math>\epsilon_{s1} = \epsilon_y</math> 終局: 最外縁圧縮ひずみ位置 <math>\epsilon_c = \epsilon_{cu}'</math></p>
<p>定義位置でのひずみを基準とした各位置のひずみ式</p>	<p>降伏位置基準 <span style="float:right">終局位置基準</span></p> $\epsilon_{s2} = \frac{x-d_2}{x-d_1} \epsilon_{s1} \quad \epsilon_{s2} = \frac{x-d_2}{x} \epsilon_c$ $\epsilon_c = \frac{x}{x-d_1} \epsilon_{s1} \quad \epsilon_{s1} = \frac{x-d_1}{x} \epsilon_c$ <p>※引張ひずみの場合は負の値になる</p>

## 1.2 各材料の応力～ひずみ関係

まず鉄筋の応力とコンクリート圧縮縁の応力の大きさは、表-1 に示したひずみの大きさから次のようになる。

### ・引張降伏時

$$\text{圧縮鉄筋} \quad : \quad \sigma_{s2} = E_s \epsilon_{s2} = \frac{x-d_2}{x-d_1} \epsilon_{s1} E_s \leq f_y'$$

$$\text{引張鉄筋} \quad : \quad \sigma_{s1} = E_s \epsilon_y = f_y \tag{8}$$

$$\text{圧縮コンクリート} \quad : \quad \sigma_c'(y) = E_c \epsilon_c'(y) = \frac{y}{x} \sigma_{cu}' \quad \text{から}$$

$$\text{圧縮縁コンクリート} \quad : \quad \sigma_c' = E_c \epsilon_c = \frac{x}{x-d_1} \epsilon_{s1} E_c < f_c'$$

### ・終局時

$$\text{圧縮鉄筋} \quad : \quad \sigma_{s2} = E_s \epsilon_{s2} = \frac{x-d_2}{x} \epsilon_c E_s \leq f_y'$$

$$\text{引張鉄筋} \quad : \quad \sigma_{s1} = E_s \epsilon_{s1} = \frac{x-d_1}{x} \epsilon_c E_s \leq f_y \tag{9}$$

$$\text{圧縮縁コンクリート} \quad : \quad \sigma_c' = E_c \epsilon_{cu}' = f_c'$$

### 1.3 各部材の合力

次に各合力  $C_c'$ ,  $C_s'$ ,  $T_s$  を求めるが, これは各材料の応力×断面積  $\sigma \cdot A$  であらわされる.

#### ・鉄筋

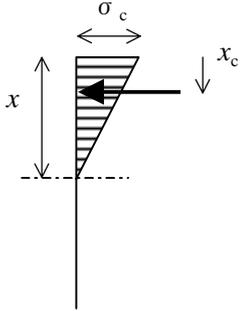
$$\text{圧縮鉄筋} : C_s' = A_{s2} \sigma_{s2}' \quad (10)$$

$$\text{引張鉄筋} : T_s = A_{s1} \sigma_{s1} \quad (11)$$

#### ・コンクリート

降伏時と終局時での応力分布の仮定から次のようになる.

引張鉄筋降伏時 (線形分布)



終局時 (等価矩形応力ブロック)

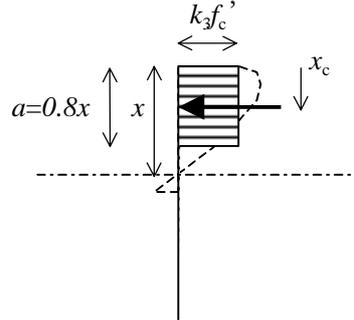


図-3

$$C_c' = \sigma_{cu} b x / 2 \quad (x_c = x / 3) \quad (12a)$$

$$C_c' = k_3 f_c' b a \quad (x_c = a / 2) \quad (12b)$$

式(1)および(3)(5)(7)のいずれかに, 各限界状態に応じ式(10)(11)(12)を代入すればよい. ここでの未知数は中立軸位置  $x$  であるが, 式(1)の釣り合いからこれを反復収束計算により求めることができる.

### 1.4 釣り合い破壊

以上のように計算を進めると,  $M_u-N_u$  破壊包絡線は外側に凸な曲線を描く. その頂点は, (曲げ)圧縮破壊と(曲げ)引張破壊の境界点となる. これは引張鉄筋の降伏と圧縮縁コンクリートの圧縮破壊が同時に起こる釣り合い破壊点と呼ばれる. そのときの中立軸位置  $x_b$  はそのひずみ分布の相似関係より簡単に算定することができる.

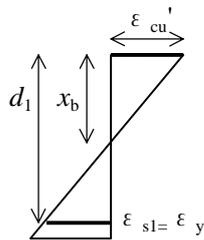


図-4

$$\frac{\epsilon_y}{d_1 - x_b} = \frac{\epsilon'_{cu}}{x_b} \quad (13)$$

$$x_b = \frac{\epsilon'_{cu}}{\epsilon'_{cu} + \epsilon_y} d_1$$

この中立軸位置を終局時の軸力, 曲げの釣り合い式に代入することで釣り合い破壊時における終局耐力が算定される. この点は凸形を形成する  $M_u-N_u$  包絡線の突端となり最大の曲げ耐力を与えることになる.

## 2. 計算プログラム(MNExcel)の概要

このような計算および図化を行うため、Microsoft の表計算プログラム Excel97 をもちいた計算プログラム MNExcel を作成し、以下にその概要を示す。

### 2.1 計算フロー

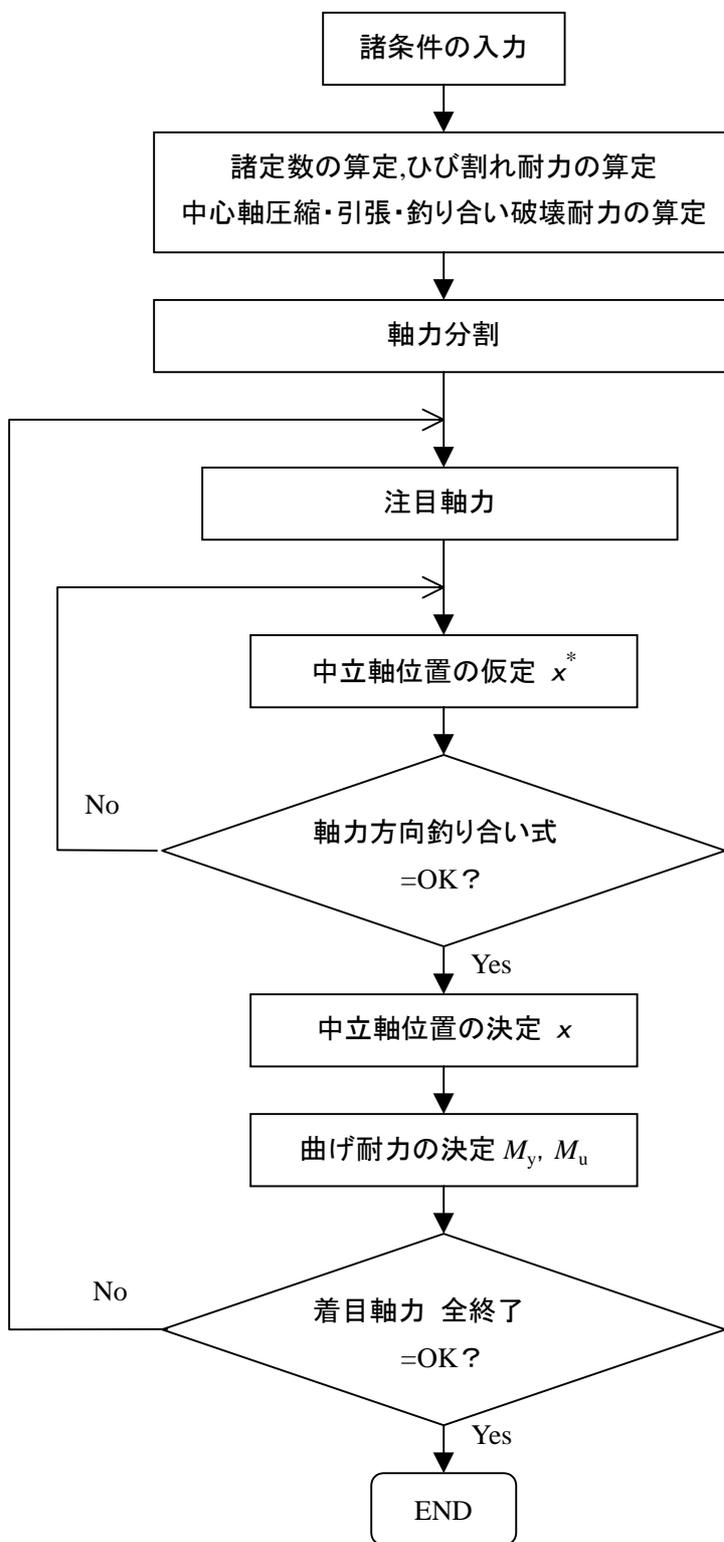


図-5

## 2.2 入力条件の設定と諸定数の算定

MN-Excel における入力諸条件(左表)とそれらによって算出される諸定数(右表)を示す。(これは MN-Excel の画面イメージと同じでもある)

$b = b_w$	360 (cm)
$h$	330 (cm)
$d_2$	10 (cm)
$d_1$	320 (cm)
$p_{t2}$	1.21%
$p_{t1}$	1.21%
$f_c'$	270 (kgf/cm <sup>2</sup> )
$f_y'$	3000 (kgf/cm <sup>2</sup> )
$f_y$	3000 (kgf/cm <sup>2</sup> )
$f_{wy}$	3000 (kgf/cm <sup>2</sup> )
$\alpha_s$	90 度
$S_s$	30 (cm)
$E_s$	2.10E+06 (kgf/cm <sup>2</sup> )
$E_c$	2.00E+05 (kgf/cm <sup>2</sup> )
$\varepsilon_{cu}'$	0.0035
$\varepsilon_y, \varepsilon_y'$	0.00143

$A_{s2}$	1393.92 (cm <sup>2</sup> )
$A_{s1}$	1393.92 (cm <sup>2</sup> )
$A_g$	14.89871 (m <sup>2</sup> )
$x_g$	163.99 (cm)
$I_g$	17.81377 (m <sup>4</sup> )
$W_g$	10.730 (m <sup>3</sup> )
$y_c$	165 (cm)
$y_t$	155 (cm)
$x_b$	227.25 (cm)
<b>強度</b>	
$f_t$	20.89 (kgf/cm <sup>2</sup> )

## 2.3 結果出力と図化

### ・計算結果の出力

以下の計算結果がそれぞれ算出される。

- ①無筋コンクリートの破壊包絡線
- ②ひび割れモーメント  $M_{cr}$  と軸力  $N$  の関係 ( $M_{cr}-N_{cr}$ )
- ③降伏モーメント  $M_y$  と軸力  $N$  の関係 ( $M_y-N_y$ )
- ④終局モーメント  $M_u$  と軸力  $N$  の関係 ( $M_u-N_u$ )
- ⑤簡易法による  $M_u$  と軸力  $N$  の関係 ( $M_u-N_u$ )

### ・図化

①～⑤の計算結果が併記して図化される。表示単位は以下のうちの実単位、無次元表示の 2 種の場合が出力される。

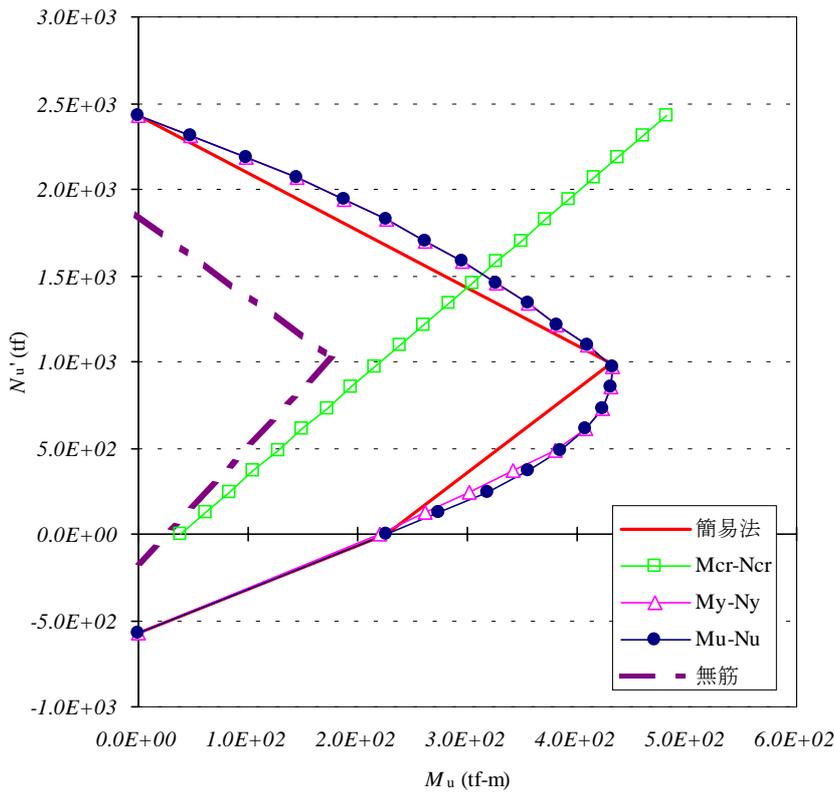
実単位  $M$  [tf・m],  $N$  [tf]

強度表示  $M/bd^2$  [tf・m],  $N/bd$  [tf]

無次元表示  $M/bd^2f_c'$ ,  $N/bdf_c'$

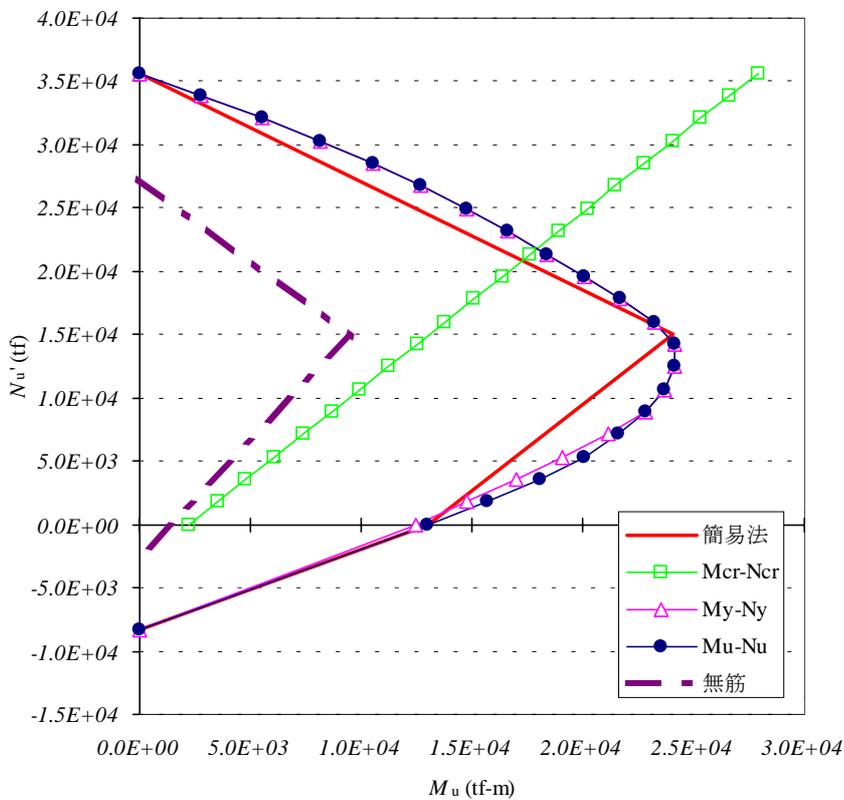
【計算例】

Type A



設定条件		
b	90	(cm)
h	90	(cm)
$d_2$	6	(cm)
$p_{t1}$	0.0126	
$p_{t2}$	0.0126	
$f_c'$	270	(kgf/cm <sup>2</sup> )
$f_y=f_y'$	3000	(kgf/cm <sup>2</sup> )

Type B



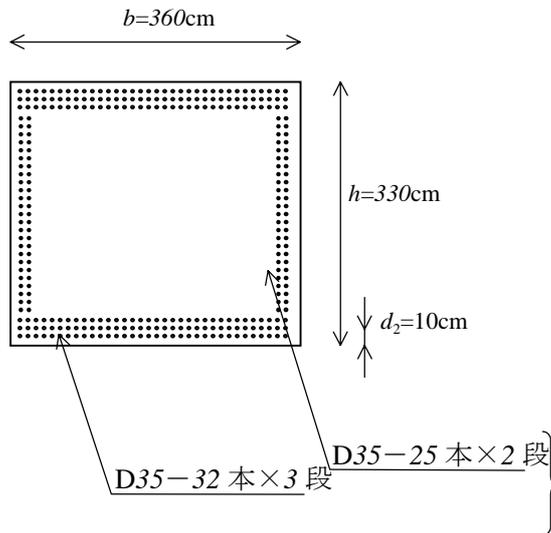
設定条件		
b	360	(cm)
h	330	(cm)
$d_2$	10	(cm)
$p_{t1}$	0.0121	
$p_{t2}$	0.0121	
$f_c'$	270	(kgf/cm <sup>2</sup> )
$f_y=f_y'$	3000	(kgf/cm <sup>2</sup> )

### 3. 課題計算

#### 3.1 課題計算#1

下図のような2種の標準複鉄筋長方形断面について、表1の条件に従い曲げと軸力の相互作用図(破壊包絡線)を求めよ。図化の表示単位は、断面力表示、応力表示、無次元表示の3種を完成せよ。

Type A 道路橋高架橋の断面<sup>2)</sup>



Type B 鉄道高架橋の断面<sup>3)</sup>

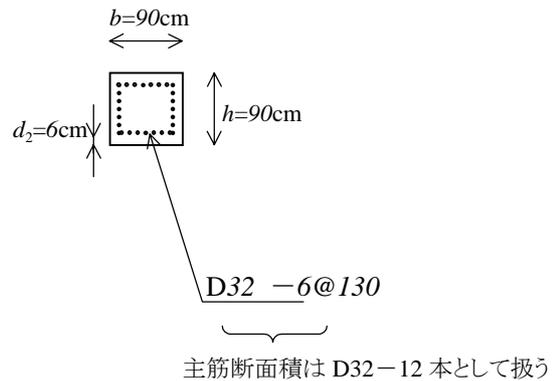
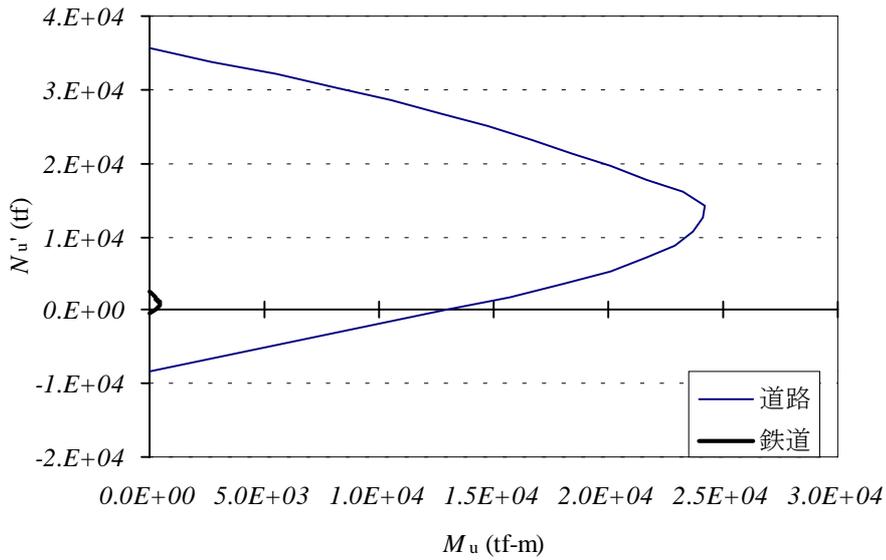


表 1

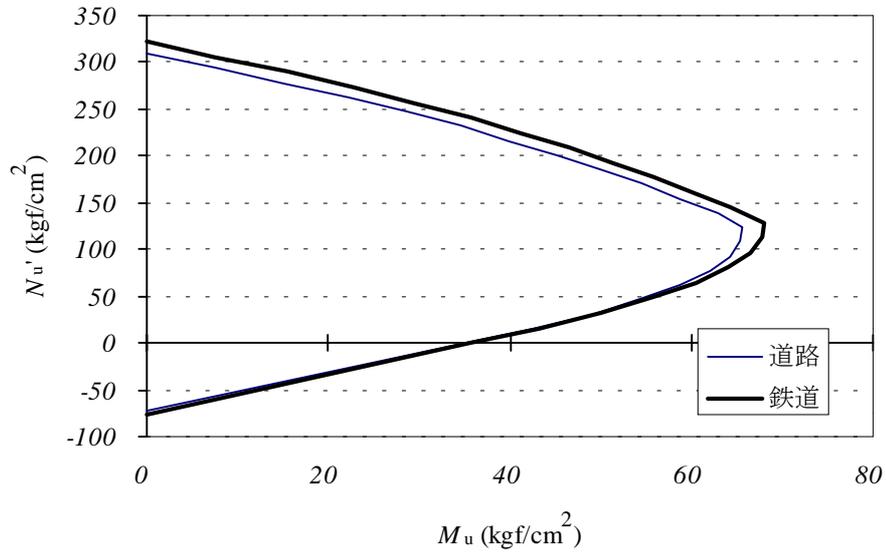
標準断面		道路橋高架橋	鉄道高架橋
断面寸法	$b$	360cm	90cm
	$h$	330cm	90cm
	$d_1$	320cm	84cm
	$d_2$	10cm	6cm
鉄筋量	$A_{s1}$	D35-146本	D32-12本
	$A_{s2}$	D35-146本	D32-12本
材料強度	$f'_c$	270 (kgf/cm <sup>2</sup> )	
	$f'_y = f'_y$	SD30	

※側方鉄筋や段配筋は計算プログラム(M-N Excel)上は考慮できないので、1段に集約させ概算として上記数値を用いる。

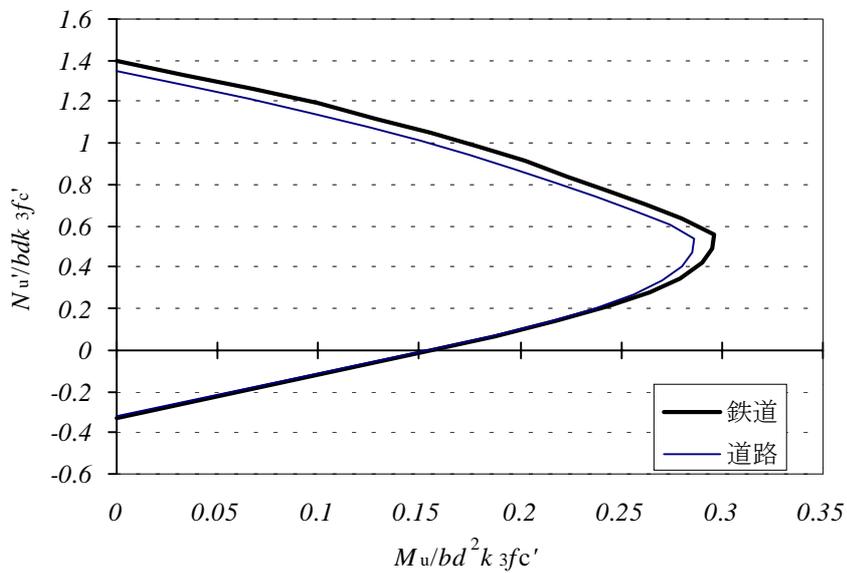
【解答例】



(1) 断面力表示



(2) 応力表示



(3) 無次元表示

### 3. 2 課題計算 #2

表 2 および表 3 を参考にして標準断面の鉄筋比, 材料強度を数種選択し, 再度曲げと軸力の相互作用図(破壊包絡線)を求め, その結果を図化せよ. 単位表示は無次元表示がわかりやすい.

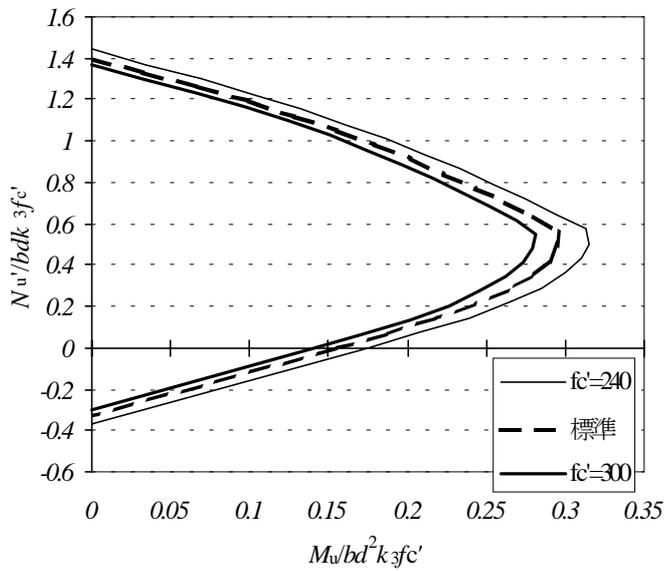
表 2

鉄筋比	$p_{t1}$ =変化	0.5% ~ 1.5% ( $p_{t2}$ 一定)
	$p_{t2}$ =変化	0.5% ~ 1.5% ( $p_{t1}$ 一定)
	$p_{t1} = p_{t2}$	0.5% ~ 1.5%
	$p_{t1} + p_{t2}$ =一定	0.5% ~ 1.5%
材料強度	$f'_c$	210 , 240 , 270 , 300 , 350 , 400 (kgf/cm <sup>2</sup> )
	$f_y = f'_y$	SD30, SD35, SD40

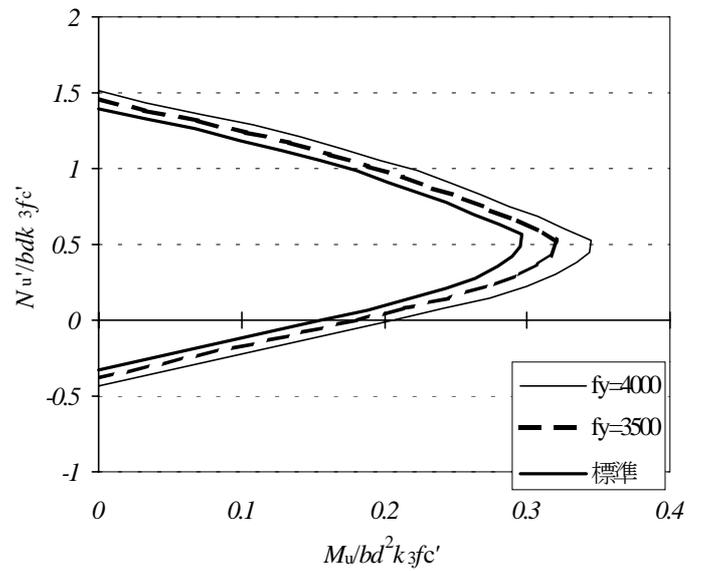
【解答例】

(鉄道橋の例)

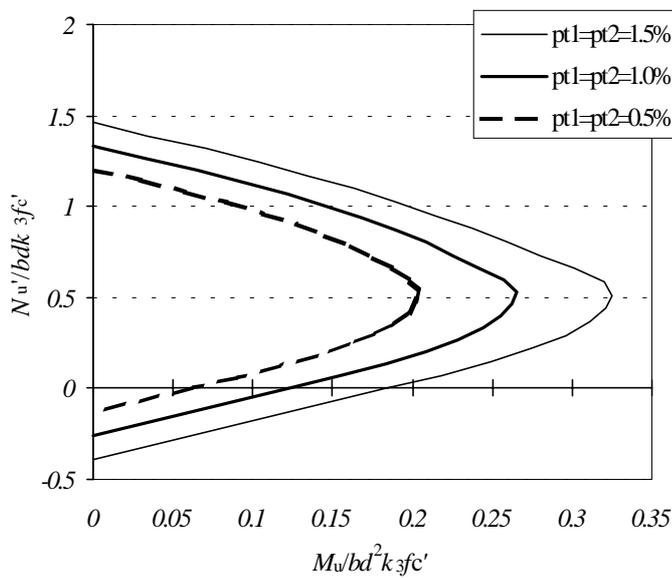
$f_c'$  変化



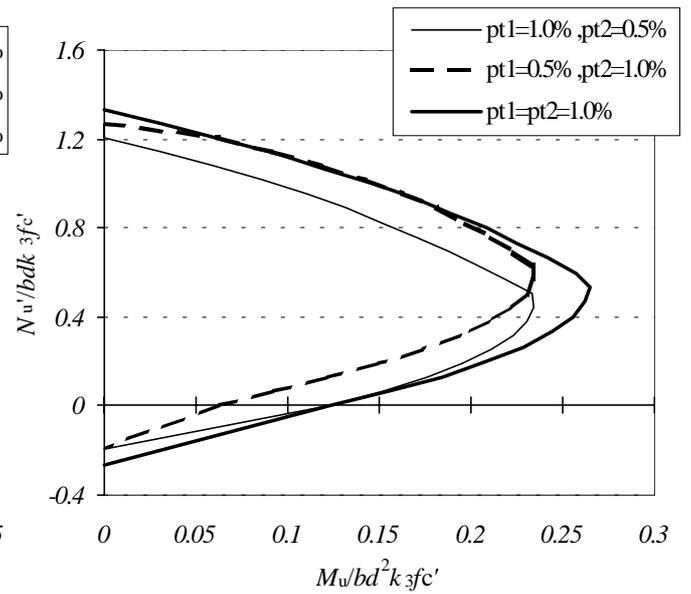
$f_y$  変化



鉄筋量変化



鉄筋比割合変化



参考文献

- 1) 吉川弘道, 鉄筋コンクリートの解析と設計 限界状態設計法の考え方と適用, 丸善, 1995. 6, pp. 97~122
- 2) JCI 近畿支部, 土木コンクリート構造物の震災対策に関する研究委員会 中間報告書, 1995. 12.
- 3) 鉄道総合研究所, 炭素繊維シートによる鉄道高架橋柱の耐震補強工法設計・施工指針, 1996. 11