SFC-based ETA による RC 橋脚のリスク解析

学生氏名　舛森　隆人
指導教員　吉川　弘道

1. はじめに

近年構造物に対して地震リスク評価が行われているが，土木構造物の一つである道路橋脚は公益性が高く，地震災害時には，ユーザーの生命，機能停止による社会的影響など，被害は広範囲に及ぶ．このため，民間資本と比べ，高い安全性が要求される．そこで，本論では RC 橋脚を対象に，地震時における被害要因と損害レベルを設定し，橋脚の保有性能から各損害レベルの発生確率を求めイベントツリー解析を行い，対象とする橋脚が地震被害を受けたときの損失の評価を行う．

2. 破壊確率の定式化

2. 1 対数正規分布の破壊確率の算定

対象とする構造物のある被害レベルにおける耐力を R，作用する荷重を S とする．R，S ともに独立な変数で対数正規分布に従う確率変数とすると，その性能関数 Z は Z＝R／S で表され対数正規分布となる．破壊確率 P_fは Z が 1 以下となる確率に等しいので**図 1** のようになり，式(1)で表すことができる．

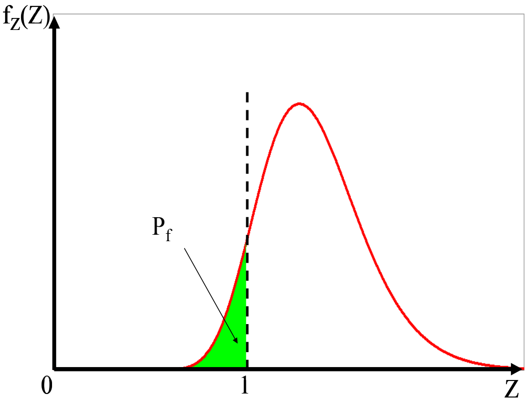

図 1　対数正規分布の性能関数分布

$$
\begin{aligned}
P_f[S > R] &= P_f[Z < 1] \\
&= \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\zeta_z Z} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln Z - \lambda_z}{\zeta_z}\right)^2\right] dz \\
&= 1 - \Phi\left(\frac{\lambda_z}{\zeta_z}\right)
\end{aligned} \tag{1}
$$

自然対数の平均と標準偏差である λ_Z と ζ_Z は，耐力 R と荷重 S のそのままの平均 μ_R，μ_S，および標準偏差 σ_R，σ_S を用いて式(2)，(3)で表される．

$$
\lambda_z = \ln\left(\frac{\mu_R}{\mu_S}\sqrt{\frac{1 + v_S^2}{1 + v_R^2}}\right) \tag{2}
$$

$$
\zeta_z = \sqrt{\ln\left[(1 + v_S^2)(1 + v_R^2)\right]} \tag{3}
$$

V_R と V_S は変動係数であり，$V_R = \sigma_R / \mu_R$，$V_S = \sigma_S / \mu_S$ である．

2. 2 基礎破壊確率

基礎の破壊は，基礎の耐力が橋脚の耐力より下回っていて，さらに橋脚の耐力が作用する荷重より下回るときである．**式 (4)** より，それぞれの耐力を加速度に変換し，基礎の破壊確率を γ_1 とし，加速度を用いて一般式で表すと**式 (5)** のように表すことができる．ここで，α_Bは工学基盤における最大加速度で，α_uは曲げ耐力を加速度に，α_F は基礎の耐力を加速度に変換したものである．

$$
\alpha = \frac{Pg}{W} \tag{4}
$$

$$
\gamma_1 = P[\alpha_B \geq \alpha_u] \cdot P[\alpha_u \geq \alpha_F] \tag{5}
$$

2. 3 せん断破壊確率

せん断による橋脚の破壊は，せん断耐力が曲げ耐力より下回っていて，さらに橋脚の耐力が作用する荷重より下回るときである．**式 (4)** より，それぞれの耐力を加速度に変換し，せん断による橋脚の破壊確率を γ_2 とし,加速度を用いて一般式で表すと**式 (6)** のように表すことができる．ここで，α_S はせん断耐力を加速度に変換したものである．

$$
P[\alpha_B \geq \alpha_u] \cdot P[\alpha_u \geq \alpha_S] \tag{6}
$$

2. 4 曲げ破壊確率

強震時の大変形による損傷を考える場合，荷重と耐力での比較より，最大応答変位 δ_{resp} と損傷限界変位 δ_k での照査(**図 2**)が妥当である．[1]このため，変数 Z を**式 (7)** により変換すると，**式 (8)** のように表すことができる．[2]

key word: イベントツリー解析，フラジリティー曲線，β 分布，90%非超過確率，NEL/PML 曲線

$$x = \delta resp(\alpha) \cdot z \tag{7}$$

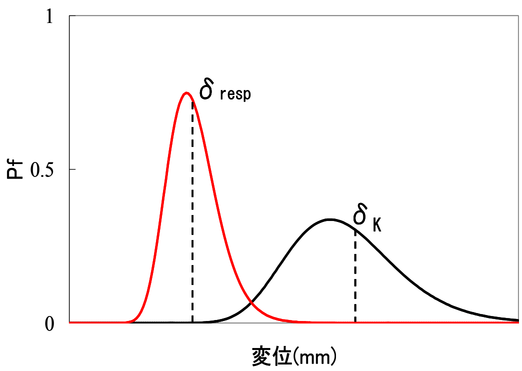

図２　損傷限界変位と応答変位の確率密度関数

$$P_f = \int_0^{\delta resp(\alpha)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\zeta_z x} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \delta_k}{\zeta_z}\right)^2\right] dx$$
$$= \Phi\left[\frac{\ln(\delta resp(\alpha)/\delta_k)}{\zeta_z}\right] = F_k(\alpha) \tag{8}$$

$\delta_{resp}(\alpha)$は加速度 α の地震動が作用した際に構造物生じる地震時最大応答変位（平均値）であり地震動強さ α の関数である．δ_k は損傷限界変位（平均値）で地震動強さ α と無関係で定まる．よって，地震動強さ α を変化させていった時，**式**(8)は２つのパラメータ損傷限界変位 δ_k と自然対数の標準偏差 ζ_z を与えることにより定まる．この２つのパラメータはフラジリティーパラメータと呼ばれる．以上のようにして求まる確率分布関数 $F_k(\alpha)$と地震動強さ α の関係を示した図がフラジリティー曲線である．

また，フラジリティー曲線を描くためには，任意の地震動強さ α に対する構造物の最大応答変位 δ_{resp} の関係を与える必要がある．そのためには，まず**式**(9)より工学基盤における最大加速度 α_B を構造物の弾性応答加速度 α_{resp} に変換し，そして**式**(10)で表されるエネルギー一定則により δ_{resp} を求める．

$$\alpha_{resp} = 19.44\,\alpha_B^{0.6523} \tag{9}$$

$$\delta_{resp} = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\alpha_{resp} W}{g P_y}\right)^2 + 1\right]\delta_y \tag{10}$$

2.5 損傷レベルの発生確率と地震損失期待値

一般に，構造物の地震による被災度はいくつかの損傷レベルにより表される．地震動強さ α を条件とした各損傷レベル K の発生確率 Prob.(C_k | α)は，損傷レベルを無被害，小被害，中被害，破壊の４段階とすると**式**(11)[4]で表され，**式**(12)の関係が成り立つ．以上より，各損傷レベルの発生確率 P1～P4 とフラジリティー曲線は**図３**のように表せる．

$$\Pr ob.(c1|\alpha) = 1 - \Phi\left[\frac{\ln(\delta resp(\alpha)/\delta_1)}{\zeta_1}\right]$$

$$\Pr ob.(c2|\alpha) = \Phi\left[\frac{\ln(\delta resp(\alpha)/\delta_1)}{\zeta_1}\right] - \Phi\left[\frac{\ln(\delta resp(\alpha)/\delta_2)}{\zeta_2}\right]$$

$$\Pr ob.(c3|\alpha) = \Phi\left[\frac{\ln(\delta resp(\alpha)/\delta_2)}{\zeta_2}\right] - \Phi\left[\frac{\ln(\delta resp(\alpha)/\delta_3)}{\zeta_3}\right]$$

$$\Pr ob.(c4|\alpha) = F_3(\alpha) \tag{11}$$

$$\sum_{k=1}^{4} \Pr ob.(c_k|\alpha) = 1 \tag{12}$$

ここで，C_K は地震によって損傷レベル K が生じた際の損失の大きさである．以上の結果を用い，**式**(13)より地震動強さ α における地震損失期待値 C_{NEL} が求まる．

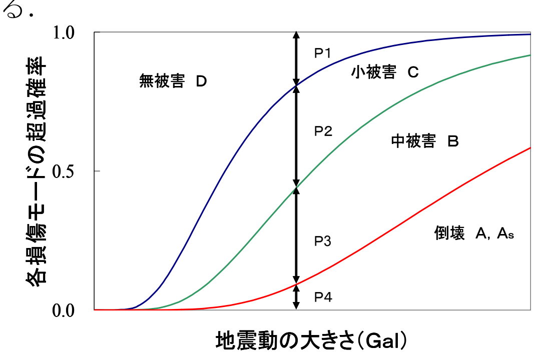

図３　フラジリティー曲線

$$c_{NEL}(\alpha) = \sum_{k-1}^{4} \Pr ob.(c_k|\alpha) * c_k \tag{13}$$

3. 数値シミュレーション

3.1 対象とする構造物

曲げ破壊型の RC 矩形柱橋脚(図 4)を対象とする．この橋脚の諸元を表１に示す．**表１**の性能はレベル２地震動に対する保有耐力法による照査から求められており，タイプⅡの地震動（内陸直下型地震）に対する性能である．

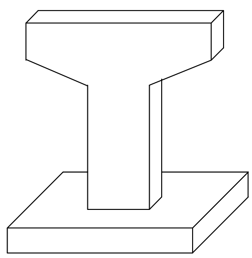

図４　RC 矩形柱橋脚

表１　橋脚の諸元と性能

断面幅×断面高	5.0×2.2(m²)
等価重量 W	8.027(MN)
せん断耐力Ps	5.083(MN)
曲げ耐力Pu	2.903(MN)
水平耐力 Pa	2.903(MN)
降伏変位 δy	28.55(mm)
終局変位 δu	211.23(mm)

3.2 損傷レベルの設定

イベントツリーを描くにあたって被害要因と，それぞれの被害要因に対する被害のレベルを考える

必要がある．まず被害要因には基礎被害・橋脚被害（せん断による破壊）・橋脚被害（曲げによる破壊）3 つを設定した．基礎被害は破壊とし無被害を含め 2 レベル，橋脚被害（せん断による破壊）は無被害を含め 2 レベル，橋脚被害（曲げによる破壊）は小被害・中被害・倒壊を考慮し無被害を含め 4 レベルとなり**図 5** の様なイベントツリーが描け，被害形態は 6 に集約できる．

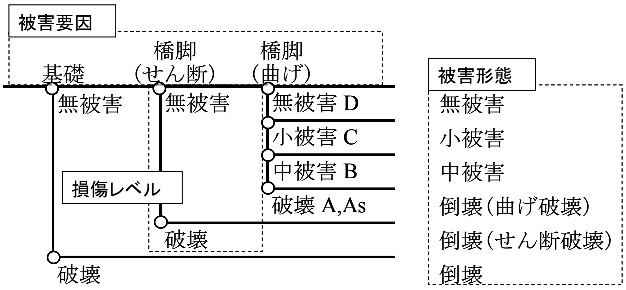

図 5　被害要因と被害形態

損傷レベルは被災度で設定し，大被害 A と倒壊 A_S を一つの損傷レベルとして，さらに中被害 B，小被害 C，無被害 D の全部で 4 つの損傷レベルを設定した．各被災度の定義 [3] と安全係数 β を**表 2** に示す．ここで安全係数 β は，各種実験により経験的に得られた値で，これを用いて**式(14)**から各被災度の損傷限界変位が算出される． また，損傷限界変位に対応する被災度を**図 6** に表す．

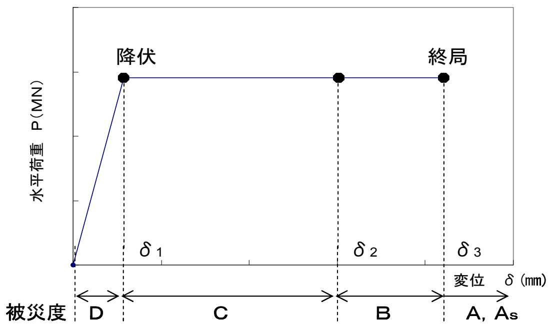

図 6　荷重変位曲線と被災度

表 2　損傷レベルに対応する被災度の定義

損傷レベル	被災度	定義	β
1	無被害　D	耐荷力に関して特に異常が認められない場合.	∞
2	小被害　C	短期間には耐荷力の低下に影響のない場合.	1.5
3	中被害　B	耐荷力の低下に影響のある損傷であるが，余震，活荷重等による被害の進行がなければ，当面の利用が可能な場合.	1
4	大被害　A	耐荷力の低下に著しい影響のある損傷を生じており，落橋等致命的な被害の可能性がある場合.	0
	倒壊　As	落橋または倒壊した場合．またはそれに類する場合.	

$$\delta_k / \delta_y = 1 + \frac{\delta_u - \delta_y}{\beta \delta_y} \tag{14}$$

4. 解析結果

4.1 イベントツリーによる損失確率関数

各損失レベルの発生確率と，損失率を与えた時の損失率期待値を計算した結果を**図 7** に示す．損失率は基礎被害とせん断による橋脚被害では無被害のとき 0，破壊のとき 1 と設定し，曲げによる橋脚被害では無被害 0，小被害 0.1，中被害 0.5，破壊 1 と設定した．各損害レベルの発生確率はイベントツリーの分岐点に示している．リスクは被害形態の発生確率と損失率の積で求められ，その総和が損失期待値である．ここでの作用加速度は，橋脚の設置地点を東京都渋谷区として，解析ソフト ricomacast から対象地点のシナリオ地震を求め，年発生確率が一番大きい地震は立川断層帯地震であったため，橋脚に作用する地震動として考慮すべきは立川断層帯地震と決定し，その地表最大加速度 364Gal を作用最大加速度として計算を行った．

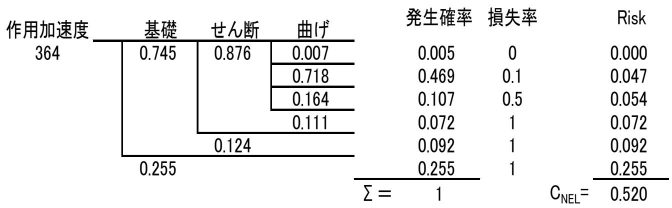

図 7　損傷確率を与えたイベントツリー

4.2 損失確率関数，β 分布近似，90%非超過確率

被害形態の発生確率と損失率から，損失率の確率関数を求めることが出来る．これを**図 8** に示す．確率関数を求める際，同じ損失率となる発生確率，1 については対応する発生確率を足す必要がある．損失の確率関数は地震動の大きさを条件とした条件付確率である．

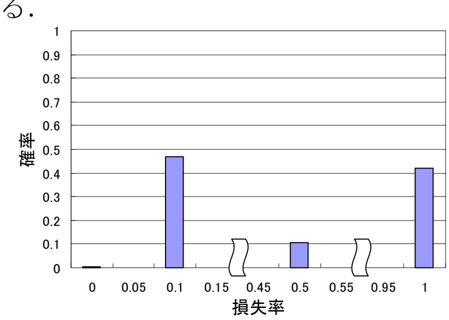

図 8　損失確率関数

任意の超過確率あるいは非超過確率に対応する損失を求めるため，連続確率関数に近似する．超過確

率とは確率変数の値がある値を超える確率であり，生起確率とも呼ばれる．非超過確率は確率変数の値がある値を超えない確率である．今回，近似には上下限設定のできるβ分布を用いた．β分布については**式(15)**に示す．

$$f_x(x)=\frac{1}{\beta(q,r)}\cdot\frac{(x-a)^{q-1}(b-x)^{r-1}}{(b-a)^{q+r+1}} \tag{15}$$

ただし，B(q，r)はβ関数，a,b は上下限値，q,r は分布のパラメータである．今回の計算では，損失額を損失率で表現しているので上限 1，下限 0 となる．β関数は**式(16)**で表すことが出来る．

$$\beta(q,r)=\int_0^1 x^{q-1}(1-x)dx \tag{16}$$

また，分布の平均値を μ，標準偏差を σ とおくと，β分布のパラメータとの関係は**式(17)**，(18)となる．

$$r=\frac{\mu(1-\mu)^2-\sigma^2+\mu\sigma^2}{\sigma^2} \tag{17}$$

$$q=\frac{\mu r}{1-\mu} \tag{18}$$

ここで，損失期待値と標準偏差は μ=0.519，σ=0.425 となる．これより，β 分布のパラメータは q=0.198，r=0.183 となる．パラメータに従ってβ分布関数を描くと**図 9** のようになる．図には ETA から求めた累積確率を併記している．

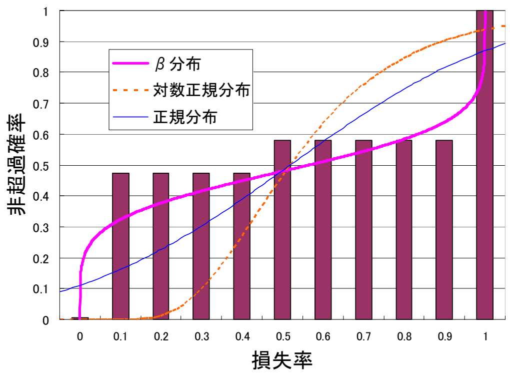

図 9　β分布，正規分布，対数正規分布近似

また，μ と σ の値を用いて正規分布と対数正規分布の比較を行った．**図 9** の β 分布から求められる 90%非超過確率に対応する損失率はほぼ 1 で，対数正規分布では 0.898 となり，正規分布では 1 を超えてしまう事が分かった．また，イベントツリーから求められる損失累積関数では 0.976 となる．β 分布の両者の乖離は必ずしも大きいとはいえず，β 分布への近似は精度的に適切であり、90%非超過確率値とイベントツリーからの累積確率関数の値の差が一番小さいのもβ分布であり，適していることがわかる．

4.3 地震ロス関数(NEL/PML)

イベントツリー解析に基づいて求められた損失期待値 NEL（Normal Expected Loss）と最大加速度値の関係を表す関数を地震ロス関数といい，**図 10** に示す．一方，このばらつきを反映した損失情報として，米国で薬証した保険情報の 1 つである PML（Probable Maximum Loss）つまり予想最大損失がある．PML は「対象施設あるいは対象地域に散在する施設に対し，最大の損失をもたらすような地震が発生し,その場合の予想最大損失額の 90%非超過確率に相当する損失額」と定義されている．図 10 には地震動の大きさを条件とした PML も示している．PML は 4.4.2　90%非超過確率で示した方法で算出でき，90%非超過確率値と最大加速度値の関係を連続して曲線を描くと PML の地震ロス関数となる．

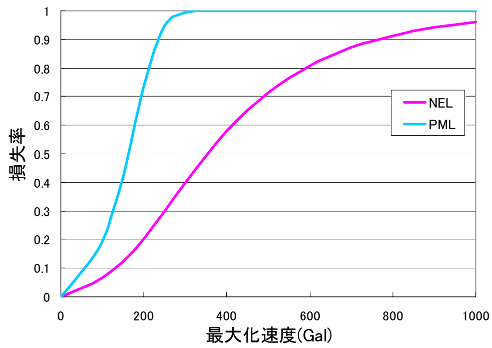

図 10　地震ロス関数

5. 結論

- 地震ロス関数から，基本的に耐震性が優れた構造物ほど損失率が小さく，曲線の形状は地震損傷度曲線の損傷発生確率の影響を強く受けることがわかった．
- PML は不動産証券化を考えた場合の一つの指標であって，耐震性から見た安産性と見解が合致するとは限らない．このことから，損失期待値，地震ロス関数，地震損傷度曲線等の指標でリスクの詳細を確認する必要がある事がわかった．

《参考文献》

1) 吉川弘道：地震リスク解析におけるフラジリティー曲線と地震損失関数，日本コンクリート工学協会，Vol145，No.10，pp.26-34，2007.10

2) 青戸拡起：鉄筋コンクリート橋脚のフラジリティー曲線と地震ロス関数に関する研究，コンクリート工学年次論文集，Vol.30，No.3，pp43-48，2008

3) 日本道路協会：道路橋震災対策便覧（震災復旧編），pp73-77，1988．2