

## ファイバーモデルによる RC 単柱の非線形解析

武蔵工業大学 コンクリート研究室 渡辺 耕平

竹市 八重子

吉川 弘道

## 1. はじめに

RC 部材が地震力のような繰り返し荷重を受け破壊に至る場合、破壊形態の一つにかぶりコンクリートが剥落し主鉄筋が座屈することで繰り返し毎に荷重が低下する曲げ破壊がある。現在、材料非線形特性を考慮した曲げ変形解析の簡易手法として広く用いられている。本論では、本研究室で使用しているファイバーモデルによって、非線形断面解析に着目し鉄筋構成則のバイリニアとトリリニアとの比較、側方鉄筋の影響と複鉄筋断面での軸方向鉄筋比が与える影響について検討をおこなう。

## 2. 柱材の曲げ変形解析

## 2.1 曲げ変形解析の基本方程式

柱部材の曲げ変形解析を行なう上で、基本となる棒部材の力学における支配方程式を断面力と変位の関係、変位で表示した釣り合い式など変形の内容を含め、式(2.1)～(2.5)にまとめる[1](図 2.1 参照)。

・ひずみ(変形)と変位の関係：変形の適合条件

$$\text{伸縮： } e_0 = u' = \frac{du}{dx}, \text{ 曲げ： } f = -v'' \quad \text{ひずみ分布： } e(y) = e_0 + fy \quad (2.1)$$

ここで、 $e_0$ 、 $f$  はそれぞれ軸線の伸びひずみ、曲率を示し、 $e(y)$  は任意の断面  $x$  に発生するひずみ分布を表す。

・断面力と変形の関係

$$\text{伸縮： } N = EAe_0, \text{ 曲げ： } M = EIf \quad (2.2)$$

ここで、 $E$  は弾性係数、 $A$  は断面積、 $I$  は断面 2 次モーメントとする。ただし、任意断面  $x$  に発生する軸力、および  $y=0$  での軸まわりの曲げモーメントは、次式で示される。

$$\text{伸縮： } N = \int_A s_x dA, \text{ 曲げ： } M = \int_A s_x y dA \quad (2.3)$$

・釣り合い式

$$\text{軸方向： } N' + p_x = 0, \text{ 曲げ： } V' + p_y = 0, \quad M' = V \quad (2.4)$$

ここで、 $p_x$ 、 $p_y$  はそれぞれ  $x$  軸、 $y$  軸方向の単位長さあたりの分布荷重、 $V$  はせん断力を表す。

・応力とひずみ関係

$$\text{線形弾性： } s_x = Ee, \text{ 非線形： } s_x = E(e)e = f(e) \quad (2.5)$$

・弾性片持ち梁の解

釣り合い式(2.4)を  $p_x = 0$  とすることにより、次式を得る。

$$\frac{dN(x)}{dx} = 0 \quad \therefore N = \text{定数} \quad (2.6)$$

そこで、柱スパンを  $L$  すると、 $x=L$  における軸力  $N$  を  $N_0$  (定数) と定義することができる。さらに、軸力と曲げモーメントに関してマトリックスで表すと次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} EA & 0 \\ 0 & EI \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} e_0 \\ f \end{Bmatrix} \tag{2.7}$$

式(2.7)を  $e_0$  と  $f$  について解くと次式を得る .

$$\begin{Bmatrix} e_0 \\ f \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} (EA)^{-1} & 0 \\ 0 & (EI)^{-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} \tag{2.8}$$

ここで  $e_0$  を  $x$  軸方向に 1 回積分 ,  $f$  を 2 回積分することにより , 伸縮量と変位が算出される .

$$u(x) = \int_x e_0 dx , \quad v(x) = -\iint_x f dx dx \tag{2.9}$$

図 2.2 に , 棒部材に生じる断面力を示し , また柱頭における伸び量と水平変位を次式のように表すものとする .

$$\text{伸縮量 : } \Delta \equiv u(x=L) , \quad \text{水平変位 : } d \equiv v(x=L) \tag{2.10}$$

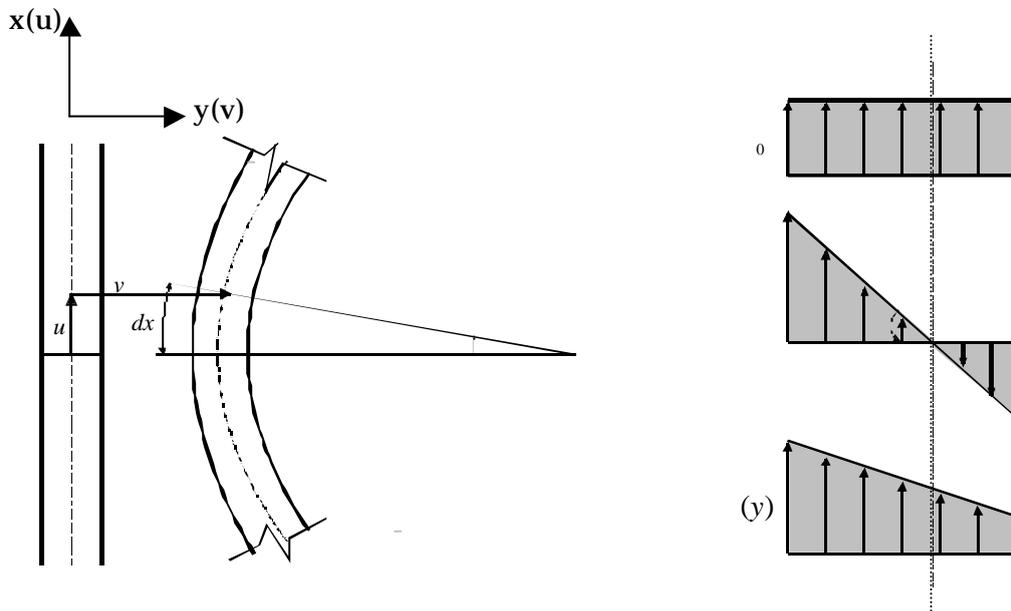


図 2.1 棒部材の断面に生じるひずみ分布

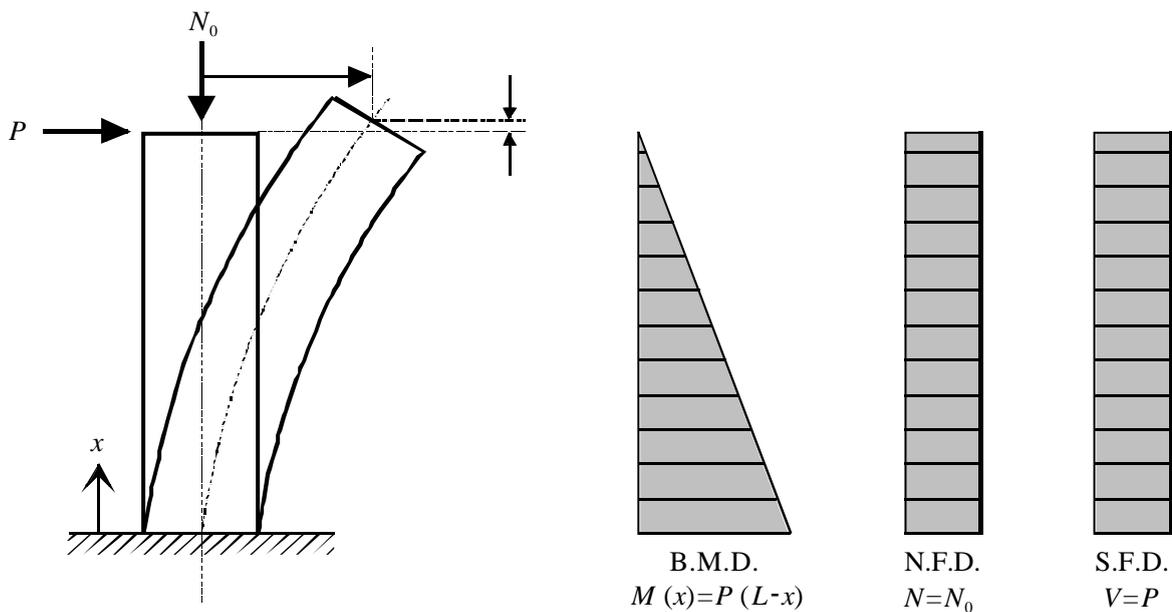


図 2.2 棒部材(片持ち梁形式)に生じる断面力と柱頭変位

## 2.2 ファイバーモデルに基づく非線形解析

鉄筋コンクリート部材の曲げ変形性能は、その断面における  $M - f$  関係から定まる靱性の程度によって決定される。さらに、算出された  $M - f$  関係と柱部材軸方向の曲げモーメント分布（三角形分布）を対応させることにより、柱頭における水平変位を求めることができる。また、柱基部に発生する局所的な変形である塑性ヒンジ領域における変形と軸方向鉄筋の抜け出しによる剛体変位に関しては、それぞれのモデルを導入することにより評価できる。解析の流れを図 2.3 に示す。

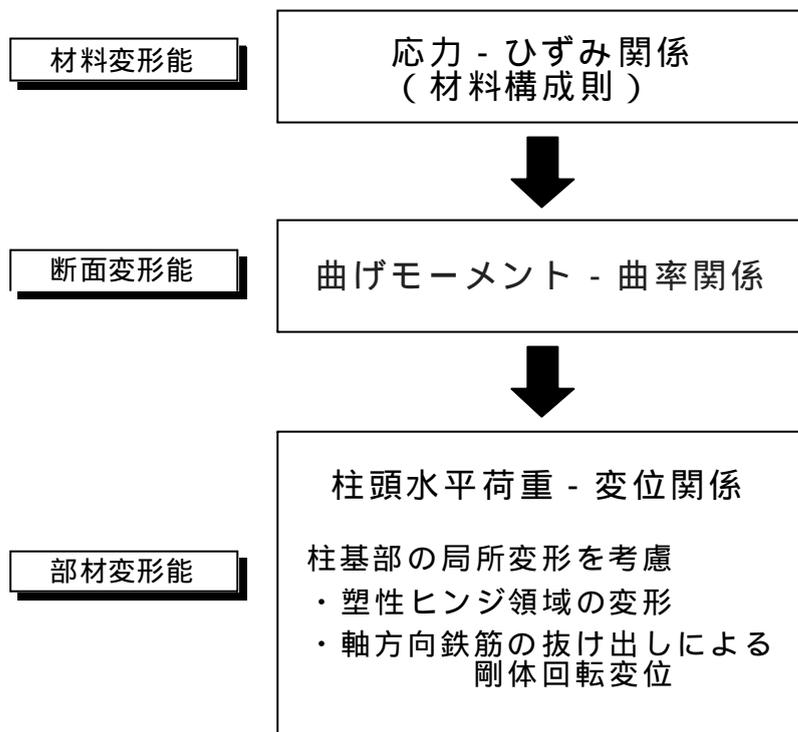


図 2.3 解析の流れ

### 3. 非線形断面解析

#### 3.1 材料構成則

##### 3.1.1 コンクリート

###### ・土木学会式

土木学会コンクリート標準示方書・設計編[2]では、最大圧縮応力点までは 2 次放物線で応力が上昇し、それ以降終局ひずみまで設計基準強度の 85% の応力で一定とするモデルを規定している。ただし、この関係式では、かぶりコンクリートとコアコンクリートの構成則の分離を行っていないモデルであり、帯鉄筋による横拘束効果も考慮されていない。また、終局ひずみは、コンクリート強度によって異なっている。

###### ・土研式 (1996)

道路橋示方書 V 耐震設計編[3]では、かぶりコンクリートとコアコンクリートの構成則の分離は行っていないが、帯鉄筋による横拘束効果を考慮した応力 - ひずみ関係式を規定している。このような関係式が規定された背景には、鉄筋コンクリートの変形性能を向上させるためには、帯鉄筋の拘束が重要であることが近年の研究成果より明らかになっていることが挙げられ、この関係式も実験により得られた評価式である[4]。

横拘束筋比  $r_s$  を増加させれば、横拘束筋で拘束されたコンクリートの強度は拘束しない場合のコンクリート強度よりも増大すること、また、最大圧縮応力時のひずみ  $e_{cc}$  や終局ひずみ  $e_{cu}$  が大きくなることを評価できる。

###### ・Kent&Park Model (1971)

Park は、最大圧縮応力点を頂点とする二次曲線と直線の組み合わせによる応力 - ひずみ曲線モデルを提案した。このモデルでは、帯鉄筋による拘束効果は、ひずみ軟化域での応力の下降勾配特性のみに考慮され、拘束効果のモデル化は、実験の結果に基づいている。さらに 11 年後には、拘束効果により最大圧縮応力と最大圧縮応力に達する時のひずみが向上するという実験事実をふまえ、この拘束効果は、帯鉄筋比と帯鉄筋の降伏強度に比例し、プレーンコンクリートの強度に反比例すると仮定した修正 Kent&Park モデルを提案した。

###### ・Mander Model (1988)

Mander は、分数関数の適用により、応力の上昇域と下降域を 1 つの式で評価できるモデルを提案している[5]。最大圧縮応力に対する拘束効果の評価式では、円形、正方形、壁式の各断面形状に対して拘束有効係数を定義するとともに、多軸圧縮理論を適用することにより、他の研究にみられるような実験結果や統計的分析に依存しない理論的な検討に基づいた評価式を提案している。そして、別途実施した圧縮載荷試験により、モデルの妥当性も確認している[6]。ここでは、矩形断面（正方形）の場合のみ記述する。また、無拘束コンクリートに関も、拘束有効係数をゼロとすることにより、同様に定義されている。

##### 3.1.2 鉄筋

###### ・Bi-Linear モデル

Bi-Linear モデルは、弾性勾配と降伏後の勾配の 2 直線を組み合わせた、最も簡単なモデルであり、広く使用されている。しかし、簡便さ故に挙動を正確には表しきれていないため、使用に際しては解析精度を多少犠牲にする必要がある(図 3.1 参照)。

・Tri-Linear モデル (Shima Model)

島らは、鉄筋降伏後のひずみ硬化域における評価式を実験結果に基づき、提案している[7]。ひずみ硬化域に達するまでは、弾性勾配と降伏後の勾配を持たない 2 直線で表されるモデルである(図 3.2 参照)。

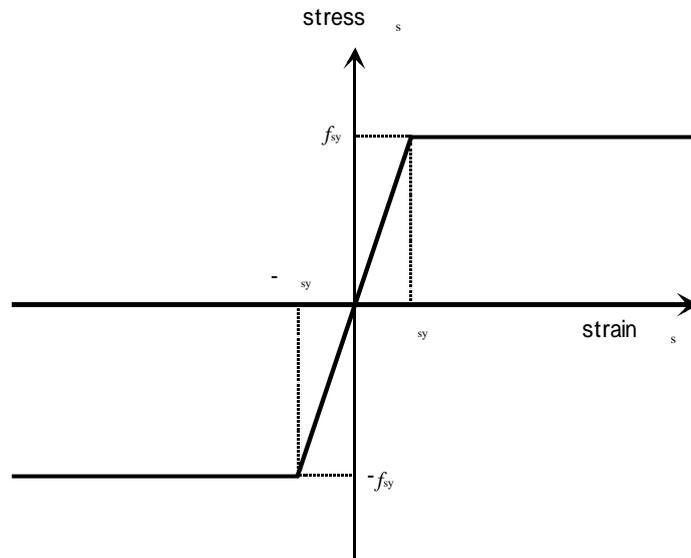


図 3.1 鉄筋の応力 - ひずみ関係 (Bi-Linear Model)

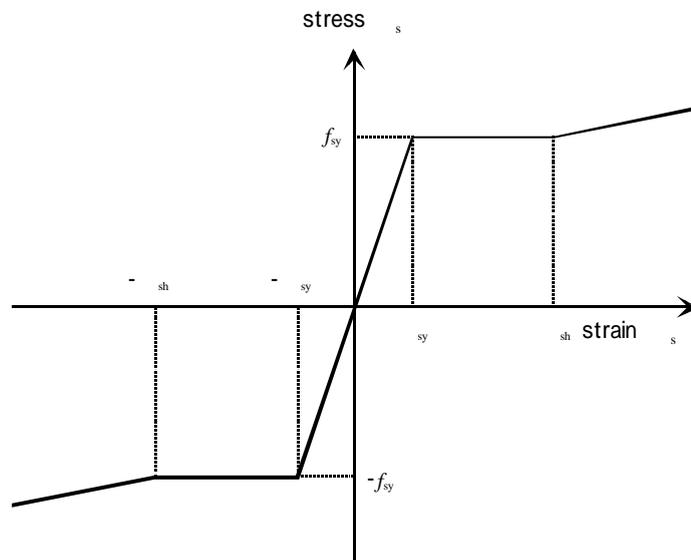


図 3.2 鉄筋の応力 - ひずみ関係 (Tri-Linear Model)

## 3.2 曲げモーメントと曲率の関係

$M - f$ 関係の算出方法として、部材断面を中立軸に平行な層状(ファイバー)に分割する離散化手法、通称ファイバーモデルが、部材の非線形挙動を比較的簡便に把握することが可能で、簡易手法として有効であると考えられている[8][9][10][11]。

ファイバーモデルでは、以下の仮定をおこなう。

- 変形前に平面であった部材断面は、変形後も平面を保つ
- 分割した各微小要素内における応力およびひずみは一定とする
- せん断変形は考慮しない
- 鉄筋とコンクリートの付着は完全とする
- 材料(コンクリート、鉄筋)の応力 - ひずみ関係は既知とする

図 3.3 に示すように、断面を多数のファイバー要素に分割すると、離散化した軸力と曲げモーメントは次式により得られる。

$$N = \int_A \mathbf{s}_x dA = \sum_{i=1}^n \mathbf{s}_{c,i} A_{c,i} + \sum_{i'=1}^{n'} \mathbf{s}_{s,i'} A_{s,i'} \quad (3.1)$$

$$M = \int_A \mathbf{s}_x y dA = \sum_{i=1}^n \mathbf{s}_{c,i} y_i A_{c,i} + \sum_{i'=1}^{n'} \mathbf{s}_{s,i'} y_{i'} A_{s,i'} \quad (3.2)$$

ここに、 $\mathbf{s}_{c,i}$  :  $i$  番目のコンクリート要素に働く応力

$\mathbf{s}_{s,i'}$  :  $i'$  番目の鉄筋要素に働く応力

$A_{c,i}$  :  $i$  番目のコンクリート要素の面積

$A_{s,i'}$  :  $i'$  番目の鉄筋要素の面積

$y_i$  :  $i$  番目のコンクリート要素から図心までの距離

$y_{i'}$  :  $i'$  番目の鉄筋要素から図心までの距離

$n$  : 断面の分割数

$n'$  : 軸方向鉄筋の本数

解析手順を図 3.4 のフローチャートに示す。まず軸圧縮力  $N_0$  によるひずみ  $\epsilon_0$  の計算を行なう。軸方向の釣り合いは次のようになる。

$$N_0 = \sum_{i=1}^n \mathbf{s}_{c,i}(\epsilon_0) A_{c,i} + \sum_{i'=1}^{n'} \mathbf{s}_{s,i'}(\epsilon_0) A_{s,i'} \quad (3.3)$$

次に、圧縮縁ひずみ  $\epsilon_{c0}$  と中立軸位置  $y_0$  を仮定することにより、ひずみ分布と応力分布を算出する(図 3.3 参照)。よって、合力はそれぞれ次式のように表すことができる。

$$\text{コンクリートの合力} : F_c = \sum_{i=1}^n \mathbf{s}_{c,i}(\epsilon_i) A_{c,i} = C_c + T_c \quad (3.4)$$

$$\text{鉄筋の合力} : F_s = \sum_{i'=1}^{n'} \mathbf{s}_{s,i'}(\epsilon_{i'}) A_{s,i'} = C_s + T_s \quad (3.5)$$

ただし、 $C_c$ 、 $T_c$  はそれぞれコンクリートの圧縮合力、引張合力とし、 $C_s$ 、 $T_s$  は鉄筋の圧縮合力、引張合力を表す。

断面の合力と外力軸方向力  $N_0$  の釣り合い条件が満足するまで、中立軸位置  $y_0$  を変化させ収束計算を行なう。釣り合い式は、式(3.3)~(3.5)より次のようになる。ただし、コンクリートの引張力は微小であるため、解析では無視する場合もある。

$$\text{軸方向の釣り合い} : N_0 = F_c + F_s \quad (3.6)$$

軸方向の釣り合い状態を満足するとき，図心まわりのモーメントの釣り合いは次式となる．

$$\text{モーメントの釣り合い} \quad : \quad M = \sum_{i=1}^n s_{c,i}(\epsilon_i) y_i A_{c,i} + \sum_{i=1}^{n'} s_{s,i'}(\epsilon_{i'}) y_{i'} A_{s,i'} \quad (3.7)$$

曲率  $f$  は，軸方向の釣り合いを満足する中立軸位置と圧縮縁ひずみより，次のように求まる．

$$f = \frac{\epsilon_{c0}}{y_0} \quad (3.8)$$

さらに，圧縮縁ひずみを増加させ，終局まで繰り返し計算を行なう．また終局は，道路橋示方書などの設計を目的としたものでは「圧縮側最外縁鉄筋位置のひずみがコンクリートの終局ひずみ  $\epsilon_{cu}$  となる時」と仮定するのが一般的である．しかし，部材崩壊過程を再現することを目的とする場合は，式(3.6)の釣り合いが満足できなくまで解析を続けるものとした．

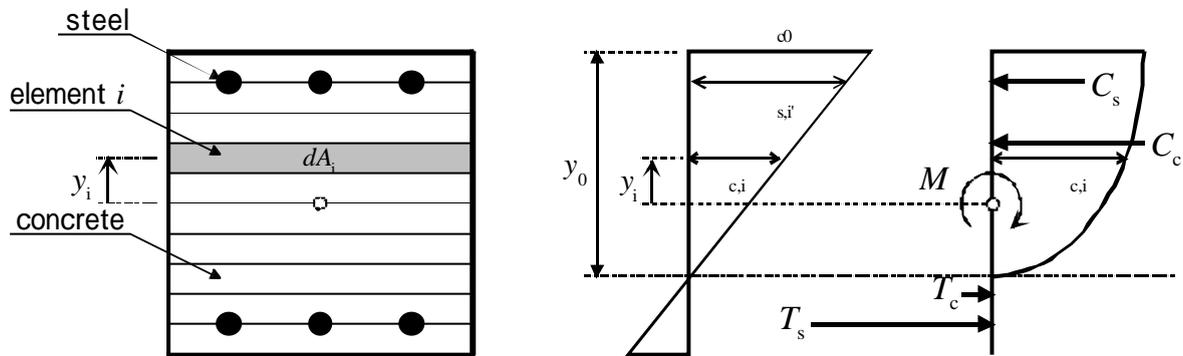


図 3.3 断面のひずみ分布と応力分布

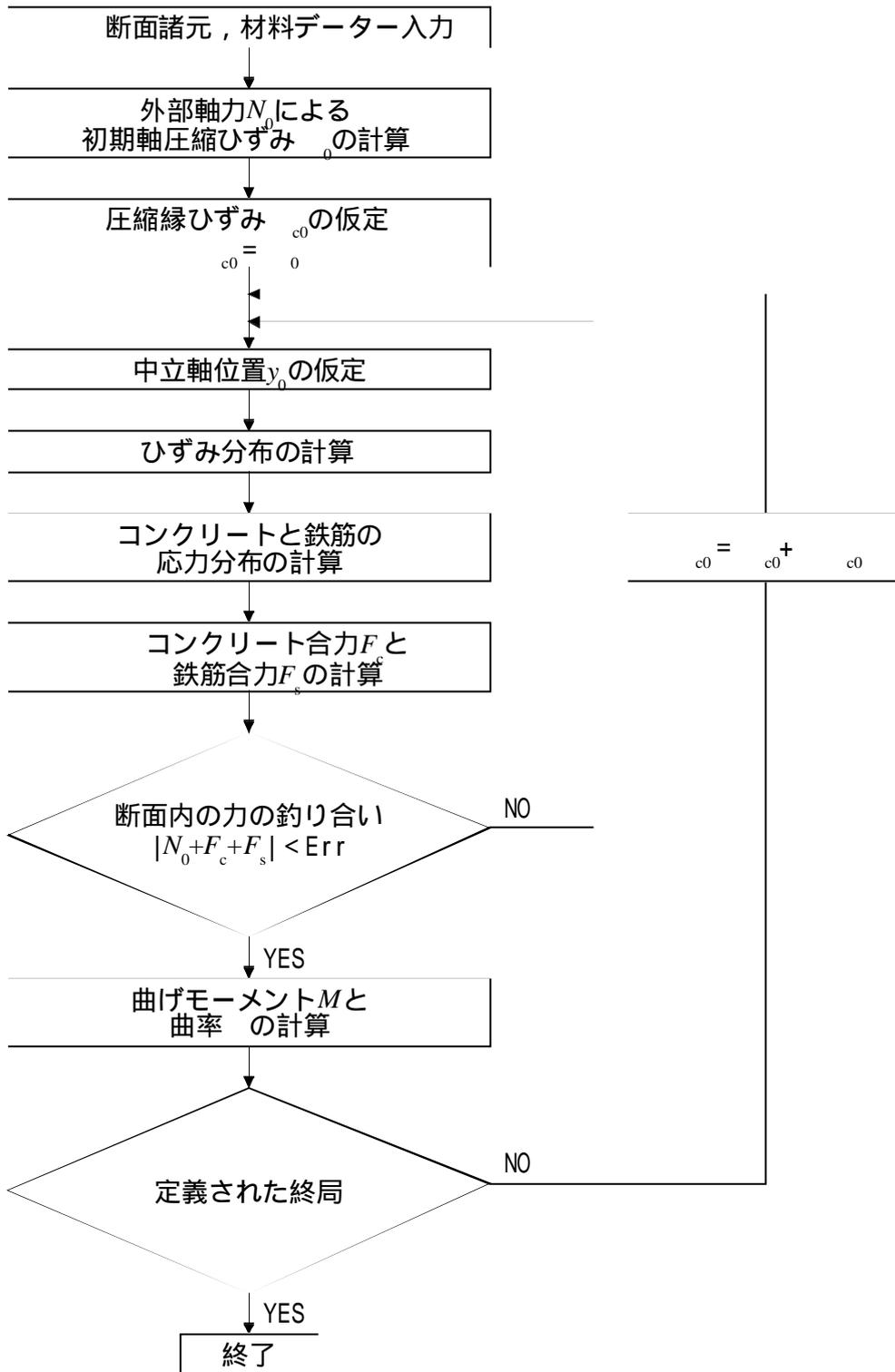


図 3.4 曲げモーメント - 曲率関係算出フローチャート

## 4. 数値シミュレーション (断面解析)

## 4.1 解析対象および解析条件

RC 柱部材を対象に、変形性能に影響を及ぼすと考えられるパラメータを設定し、数値シミュレーションを実施し、比較検討を行った。ここでは曲げ破壊を想定し解析対象モデルについて構造条件を表 4.1、構造図を図 4.1 に示す。また鉄筋およびコンクリートの材料特性をそれぞれ表 4.2、表 4.3、パラメータ一覧表を表 4.4 に示す。

表 4.1 構造条件

断面 $B \times H$ (mm)	せん断スパン $L$ (mm)	有効高さ $d$ (mm)
320 × 320	1200	296

帯鉄筋比 $r_w$ (%)	帯鉄筋ピッチ $s$ (mm)
0.06	135

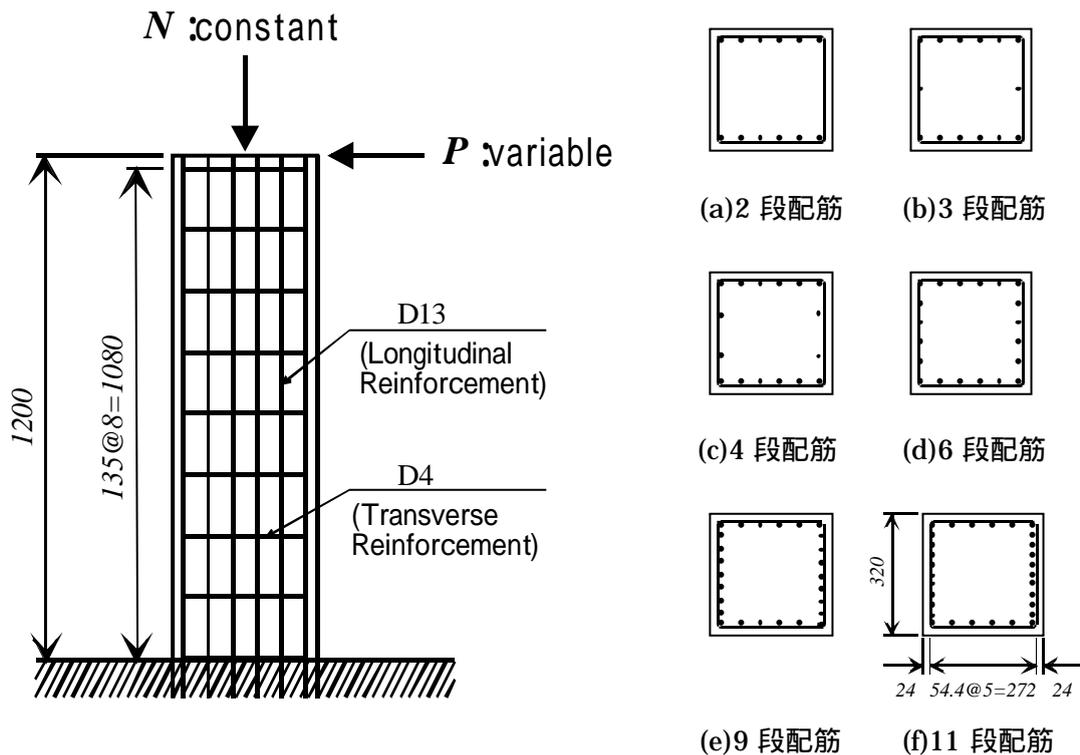


図 4.1 構造図と配筋図

表 4.2 鉄筋の力学特性

軸方向鉄筋		帯鉄筋	
降伏強度 $f_{sy}$ (MPa)	弾性係数 $E_s$ (GPa)	降伏強度 $f_{wy}$ (MPa)	弾性係数 $E_s$ (GPa)
295	200	295	200

表 4.3 コンクリートの力学特性

圧縮強度 $f_c$ (MPa)	引張強度 $f_t$ (MPa)	弾性係数 $E_c$ (GPa)
24	2	25

表 4.4 パラメータ一覧表

Model	鉄筋構成則	軸方向鉄筋比 $p_s$	軸方向鉄筋配筋	軸方向鉄筋本数	
A	1	バイリニア	0.015	2 段配筋	12
	2		0.017	3 段配筋	14
	3		0.020	4 段配筋	16
	4		0.025	6 段配筋	20
	5		0.032	9 段配筋	26
	6	↓	0.037	11 段配筋	30
B	7	トリリニア	0.015	2 段配筋	12
	8		0.017	3 段配筋	14
	9		0.020	4 段配筋	16
	10		0.025	6 段配筋	20
	11		0.032	9 段配筋	26
	12	↓	0.037	11 段配筋	30
C	13	トリリニア	0.015	2 段配筋	12
	14		0.022		18
	15		0.027		22
	16		0.042		34
	17	↓	0.044	↓	36
Constant	コンクリート構成則：土木学会式，軸力比： $n=0$				

#### 4.1 解析結果および考察

コンクリート構成則はすべてのパラメータにおいて土木学会式を用い、終局を圧縮側コンクリートの最外縁ひずみ  $\epsilon_{cu}'=0.0035$  のときとした。

##### 4.2.1 鉄筋構成則に関する検討

鉄筋構成則について Model.A 1~6 と Model.B - 7~12 の各パラメータで得られた結果を(a)曲げモーメントと曲率との関係、(b)引張側/圧縮側最外縁鉄筋の応力と曲率との関係、(c)無次元化の  $M_u/bd^2f_c'$  と力学的鉄筋比との関係(d)部材靱性率および無次元化された中立軸比と力学的鉄筋比との関係に着目しまとめた。これを図 4.2 ~ 4.5 に示す。

##### (a) 曲げモーメントと曲率との関係

各パラメータにおける曲げモーメントと曲率との関係を図 4.2 に示す。ps が 0.015 ~ 0.020 では、ひずみ硬化があり、バイリニアとトリリニアとの違いが確認できる。ps が 0.025 以上になると終局がひずみ硬化より前にあるため、終局をむかえるとひずみ軟化をすることが確認できる。また、ps が 0.025 以上では圧縮鉄筋が降伏荷重に至る。ps が大きくなるに従い曲げ耐力は大きくなるが、変形性能は乏しくなることがわかる。

##### (b) 引張側/圧縮側最外縁鉄筋の応力と曲率との関係

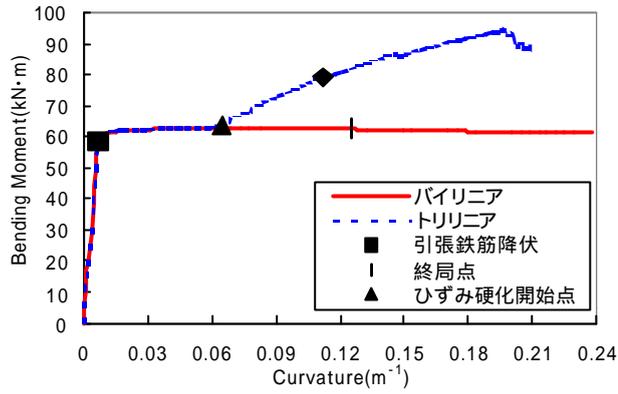
各パラメータにおける引張側/圧縮側最外縁鉄筋の応力と曲率との関係を図 4.3 に示す。ps が 0.015 ~ 0.020 では、引張鉄筋と圧縮鉄筋ともにひずみ硬化がみられる。ps が 0.025 以上になるとバイリニアとトリリニアの引張鉄筋、圧縮鉄筋ともに同様な挙動を示す。圧縮鉄筋は引張鉄筋に比べて降伏に達するまでの挙動が直線になっていないことが確認できる。

##### (c) 無次元化の $M_u/bd^2f_c'$ と力学的鉄筋比との関係

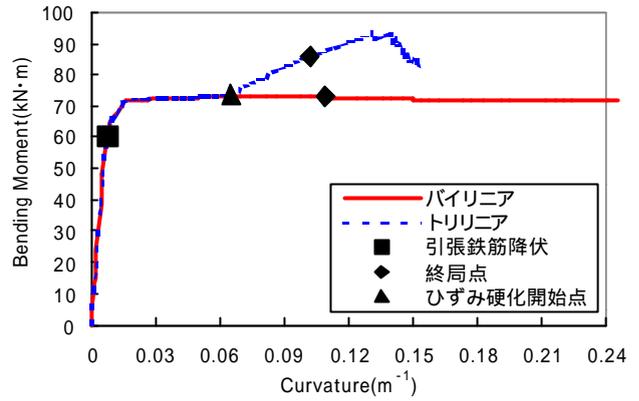
各パラメータにおける無次元化の  $M_u/bd^2f_c'$  と力学的鉄筋比との関係を図 4.4 に示す。力学的鉄筋比が 0.2 のあたりでトリリニアの勾配が変わり、バイリニアの挙動へ向かうことが確認できる。力学的鉄筋比が 0.3 のあたりで同様な挙動になり、力学的鉄筋比が 0.4 のあたりでともに勾配が変化するが、これは over-reinforcement と考えられる。

##### (d) 部材靱性率および無次元化された中立軸比と力学的鉄筋比との関係

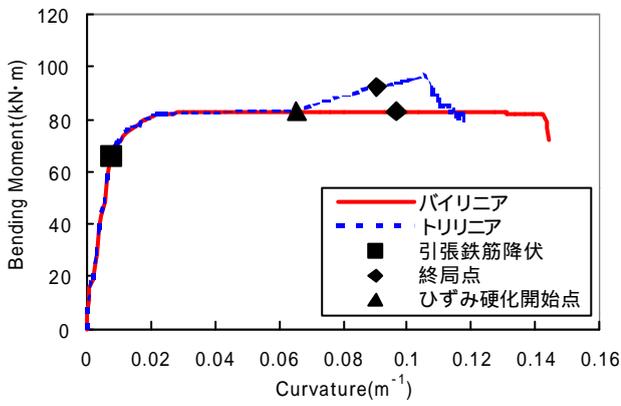
各パラメータにおける部材靱性率および無次元化された中立軸比と力学的鉄筋比との関係を図 4.5 に示す。ps が 0.015 ~ 0.020 の勾配と ps が 0.025 以降の勾配が明確に確認できる。力学的鉄筋比が小さくなると断面靱性率は大きくなるが、中立軸が小さい値を示しているため変形性能があり延性的な破壊になると推定できる。逆に力学的鉄筋比が大きくなると断面靱性率は小さくなる、中立軸は大きい値を示しているため変形性能に乏しく脆性的な破壊といえる。



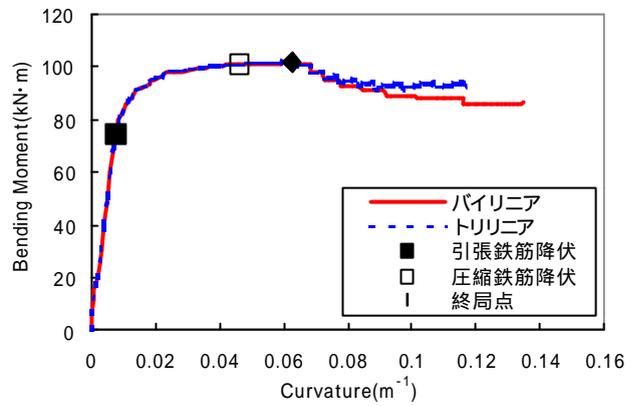
ps=0.015



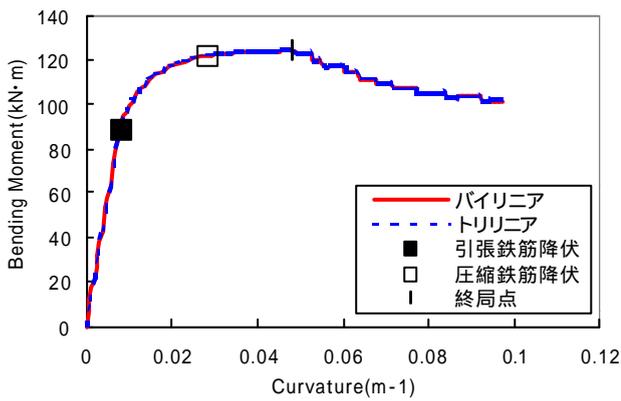
ps=0.017



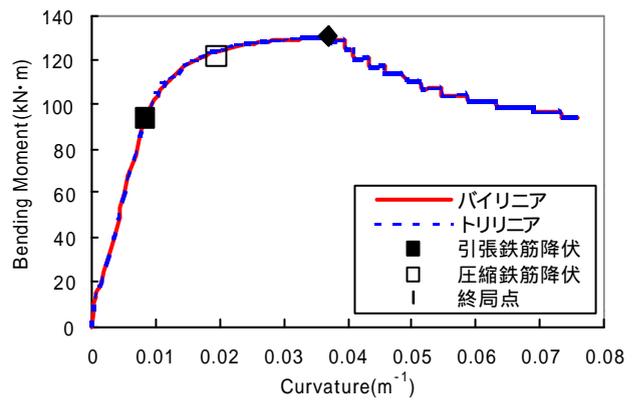
ps=0.020



ps=0.025



ps=0.032



ps=0.037

図 4.2 曲げモーメントと曲率との関係

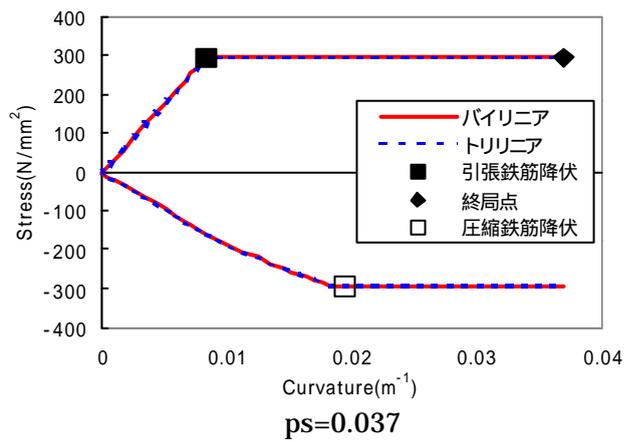
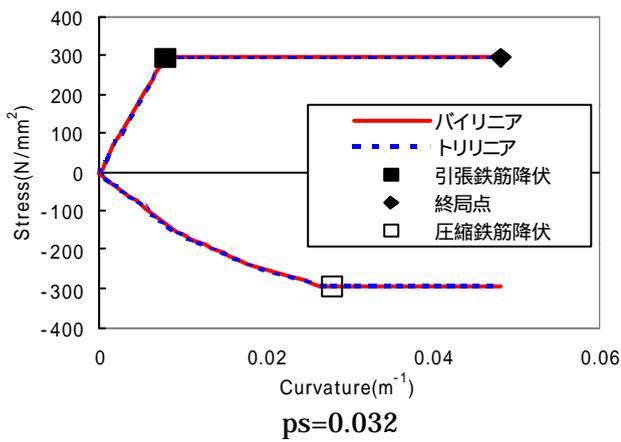
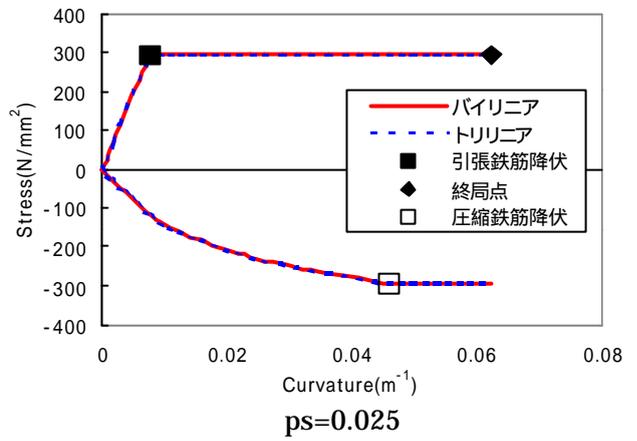
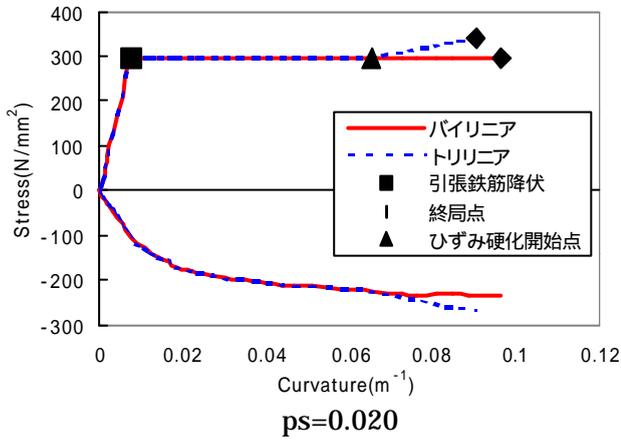
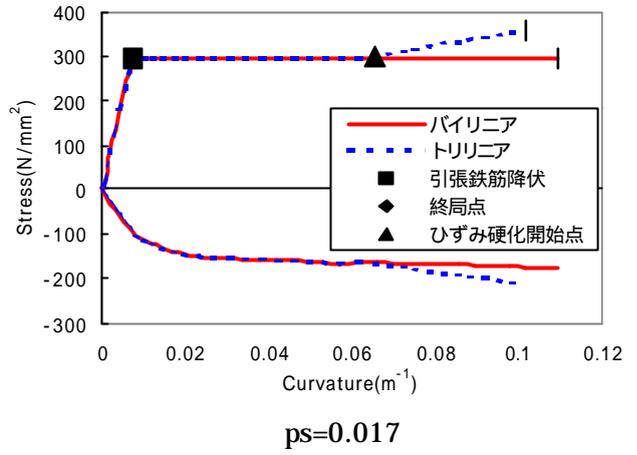
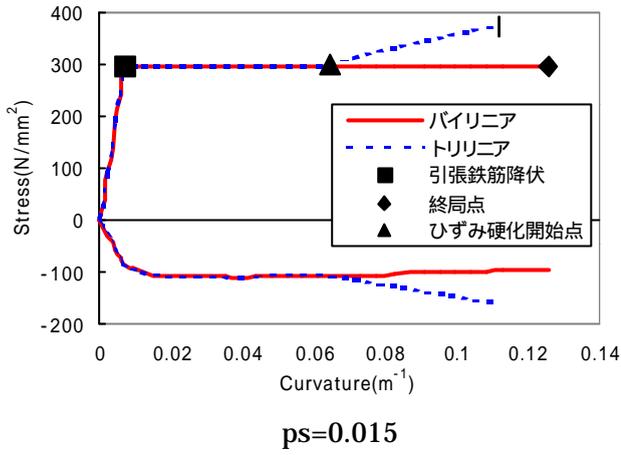


図 4.3 引張側 / 圧縮側最外縁鉄筋の応力と曲率との関係

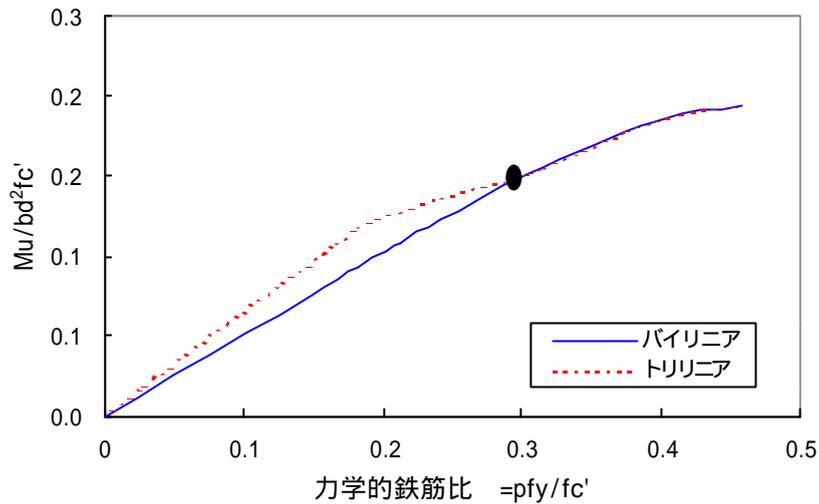


図 4.4 無次元化の  $Mu/bd^2fc'$  と力学的鉄筋比との関係

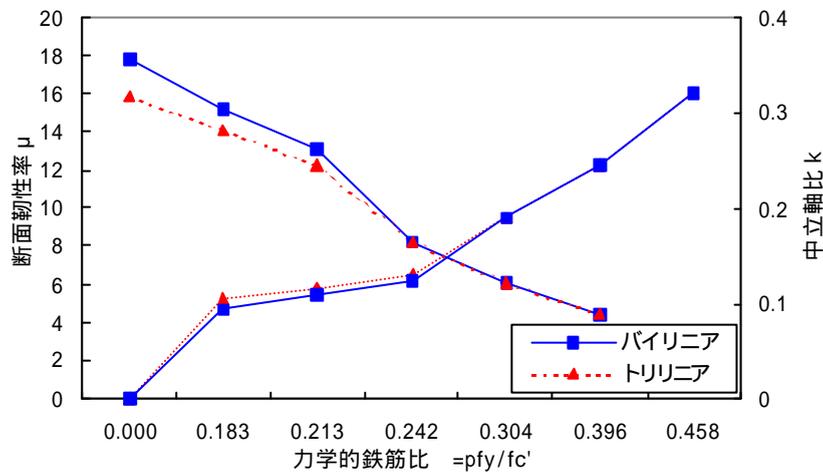


図 4.5 部材靱性率および無次元化された中立軸比と力学的鉄筋比との関係

#### 4.2.2 側方鉄筋の効果に関する検討

側方鉄筋を考慮したときの軸方向鉄筋比について、Model.B - 7~12 の各パラメータで得られた結果を (a)引張側 / 圧縮側最外縁鉄筋の応力と曲率との関係、(b)無次元化された中立軸比と曲率との関係、(c)側方鉄筋の影響を曲げモーメント、曲率、断面靱性率、軸方向鉄筋比、曲げ耐力に着目してまとめた。これを図 4.6~4.8 に示す。

##### (a) 引張側 / 圧縮側最外縁鉄筋の応力と曲率との関係

各パラメータにおける引張側 / 圧縮側最外縁鉄筋の応力と曲率との関係を図 4.6 に示す。引張側最外縁鉄筋では、どのパラメータにおいても同様な挙動を示している。圧縮側最外縁鉄筋では、2 段配筋~4 段配筋まで徐々に応力が増加している。6 段配筋以上になると、引張鉄筋と同様に同じ挙動を示していることが確認できる。

##### (b) 無次元化された中立軸比と曲率との関係

各パラメータにおける無次元化された中立軸比と曲率との関係を図 4.7 に示す。2 段配筋~4 段配

筋までは中立軸の位置にあまり変化がなく同様な値を示している．6 段配筋以上になると中立軸の値に急激な差が生じる．2 段配筋～4 段配筋までは，終局点がひずみ硬化以降にあるため，変形性能はあるが，耐力が小さくなることが推定できる．

(c) 曲げモーメント，曲率，断面靱性率，軸方向鉄筋比，曲げ耐力との関係

各パラメータにおける曲げモーメント，曲率，断面靱性率，軸方向鉄筋比，曲げ耐力との関係を図 4.8 に示す．2 段配筋では，曲げ耐力は小さいが断面靱性率は大きくなり変形性能があることが確認できる．側方鉄筋が多くなるに従い，変形性能は乏しくなるが曲げ耐力は増加する．変形性能と耐力との関係が，明確に対になっていることがわかる．

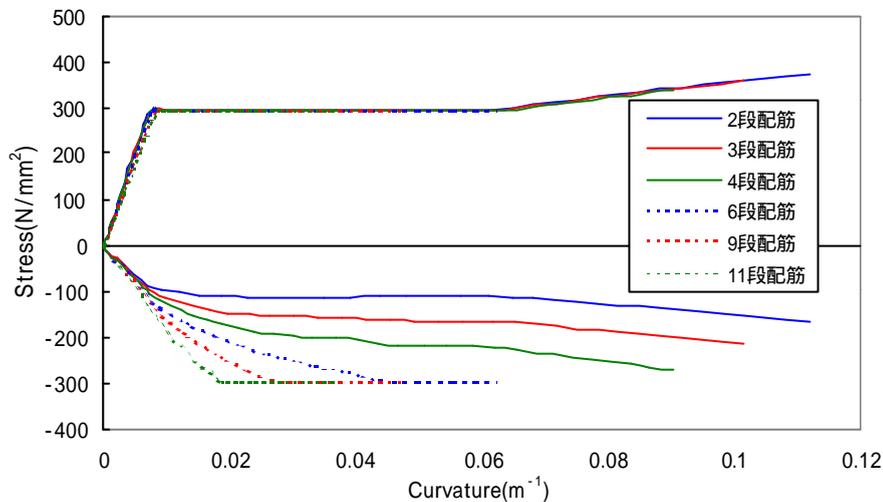


図 4.6 引張側 / 圧縮側最外縁鉄筋の応力と曲率との関係

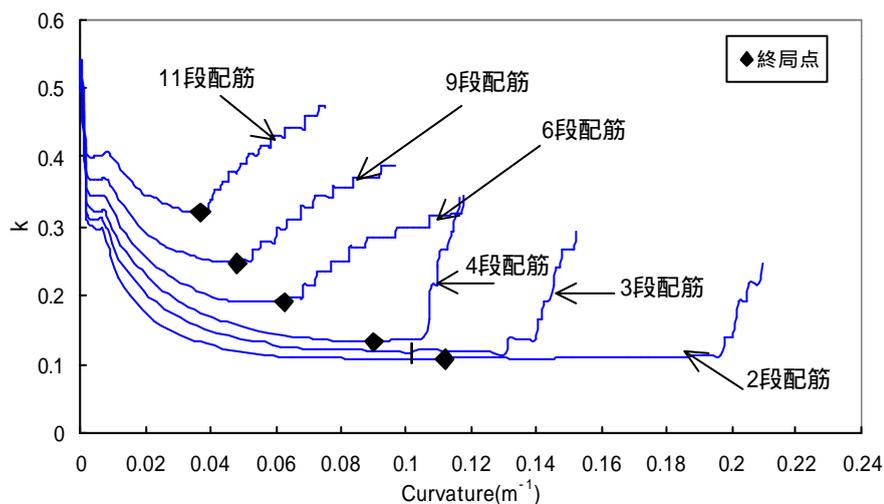


図 4.7 無次元化された中立軸比と曲率との関係

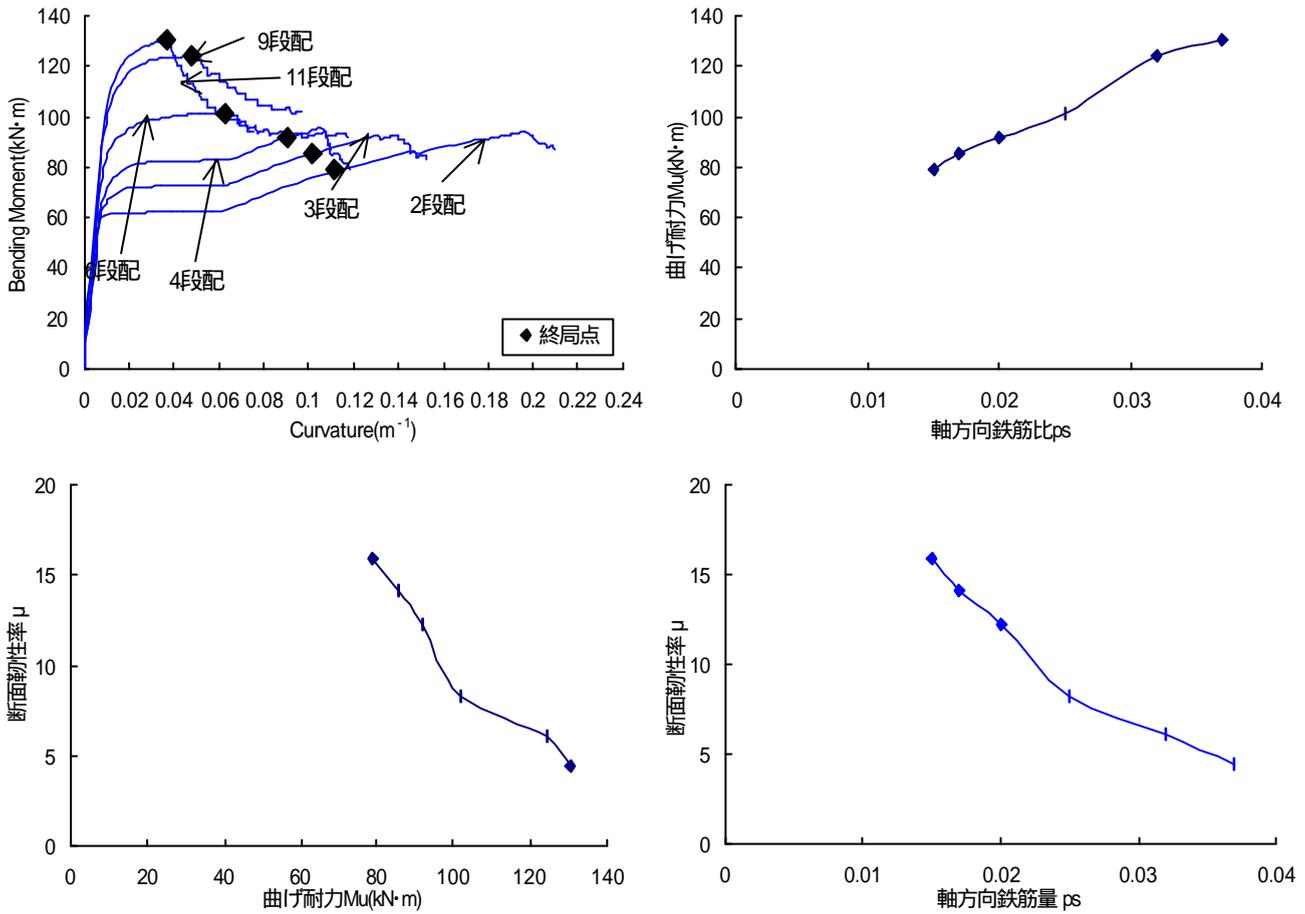


図 4.8 軸方向鉄筋比が変形性能と耐力に与えるの影響

左上：M- 関係  
 右上：Mu-ps 関係  
 左下： $\mu$ -Mu 関係  
 右下： $\mu$ -ps 関係

4.2.3 複鉄筋断面の軸方向鉄筋比に関する検討

複鉄筋の軸方向鉄筋比について、Model.C - 13 ~ 17 の各パラメータで得られた結果を(a)引張側 / 圧縮側最外縁鉄筋の応力と曲率との関係、(b)無次元化された中立軸比と曲率との関係、(c)複鉄筋断面における軸方向鉄筋比の影響を曲げモーメント、曲率、断面靱性率、軸方向鉄筋比、曲げ耐力に着目してまとめた。これを図 4.9 ~ 4.11 に示す。

(a) 引張側 / 圧縮側最外縁鉄筋の応力と曲率との関係

各パラメータにおける引張側 / 圧縮側最外縁鉄筋の応力と曲率との関係を図 4.9 に示す。引張側最外縁鉄筋はすべてのパラメータにおいて同様な挙動を示しているのに対し、圧縮側最外縁鉄筋は ps が 0.015 ~ 0.027 までは徐々に応力が大きくなるが、ps が 0.042 以上では同様な挙動を示している。複鉄筋断面では、すべてのパラメータにおいて、圧縮側最外縁鉄筋は降伏強度に至っていないことが確認できる。4.2.2 で示した側方鉄筋を考慮した場合は ps が 0.025 で圧縮側最外縁鉄筋が降伏をむかえている。

(b) 無次元化された中立軸比と曲率との関係

各パラメータにおける無次元化された中立軸比と曲率との関係を図 4.10 に示す。ps を変化させて

も中立軸には、顕著な変化はみられないことが確認できる。複鉄筋断面で考えた場合では、軸方向鉄筋比が変形性能に影響を与えないことが推定できる。終局の位置に関しても、ほぼ一定の位置であることが確認できる。

(c) 曲げモーメント，曲率，断面靱性率，軸方向鉄筋比，曲げ耐力との関係

各パラメータにおける曲げモーメント，曲率，断面靱性率，軸方向鉄筋比，曲げ耐力との関係を図 4.11 に示す。軸方向鉄筋比を大きくすると曲げ耐力には顕著な変化を確認することができる。しかし、断面靱性率には顕著な変化がみられず、軸方向鉄筋比は変形性能に影響を与えていない。これに対し側方鉄筋を考慮して軸方向鉄筋を大きくした場合、変形性能に大きく影響していた。しかし曲げ耐力に関しては、側方鉄筋より複鉄筋断面の方が大きな変化を示している。

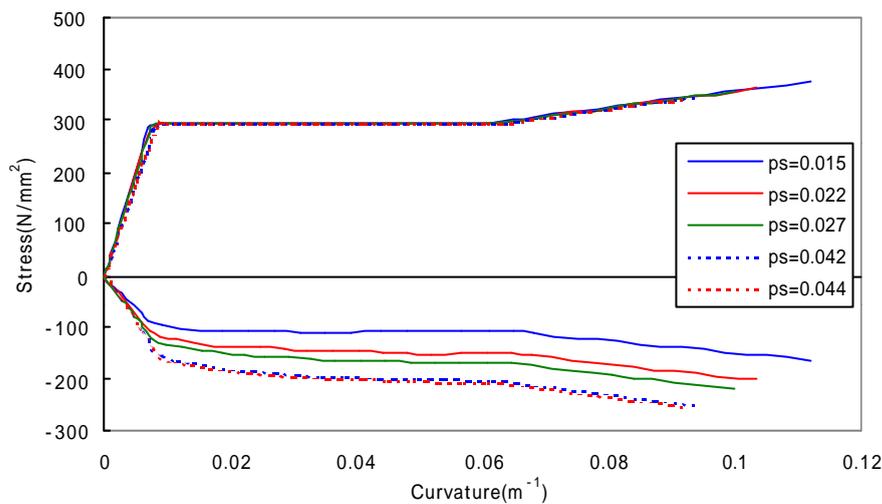


図 4.9 引張側 / 圧縮側最外縁鉄筋の応力と曲率との関係

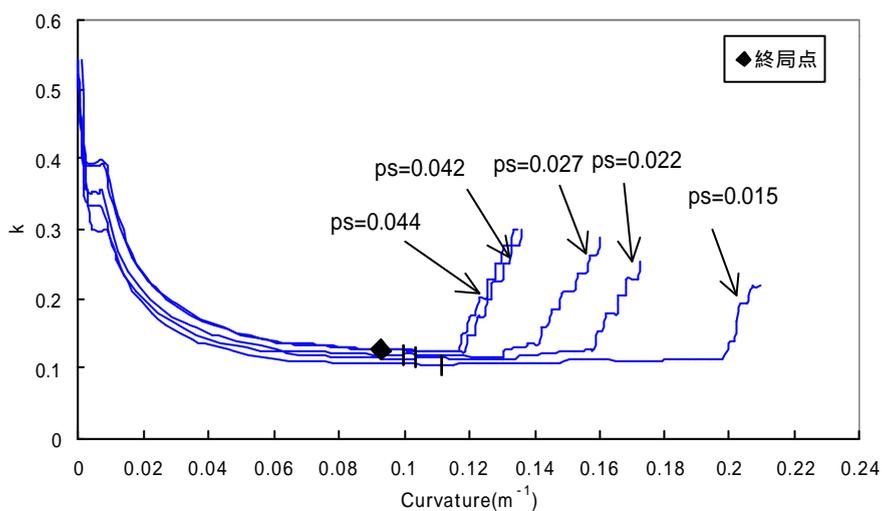


図 4.10 無次元化された中立軸比と曲率との関係

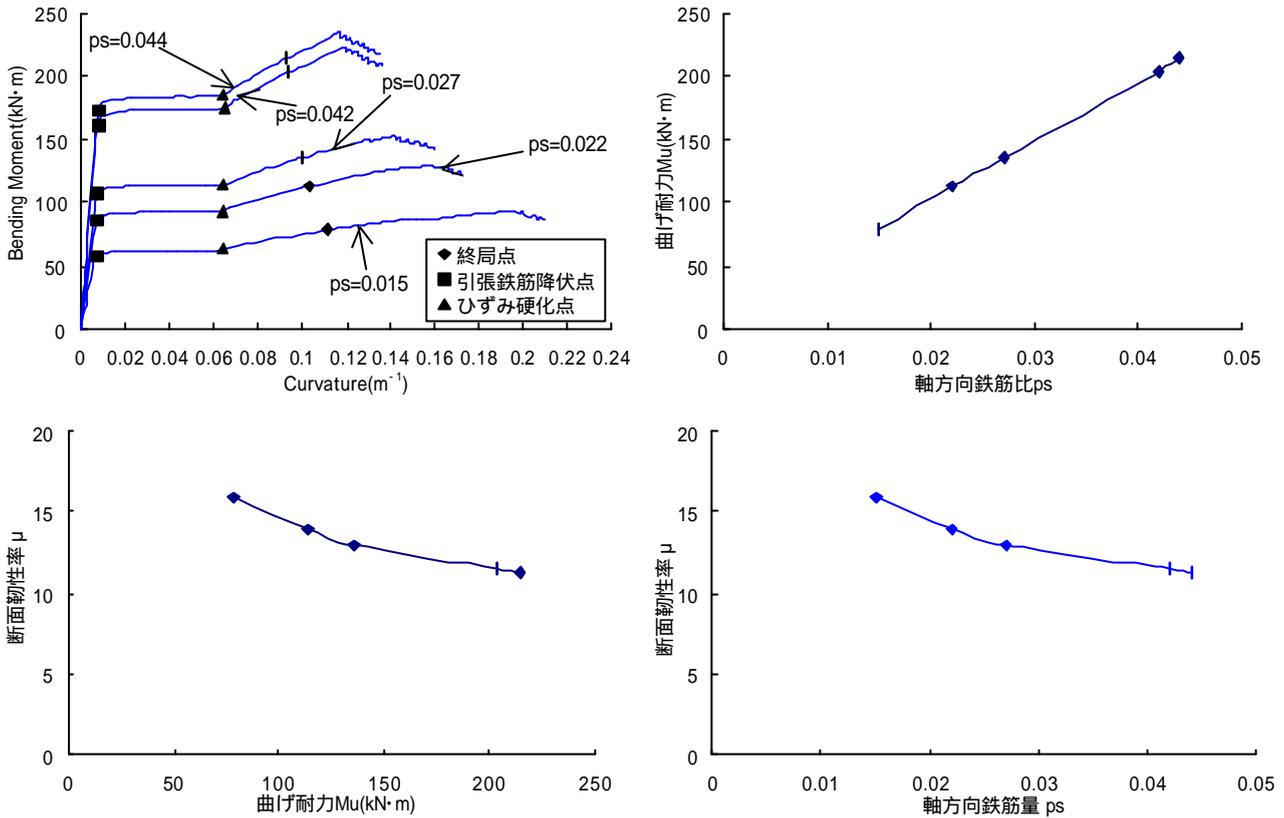


図 4.11 軸方向鉄筋比が変形性能と耐力に与えるの影響

左上：M- 関係  
 右上：Mu-ps 関係  
 左下：μ-Mu 関係  
 右下：μ-ps 関係

4.2.4 複鉄筋断面におけるファイバーモデル数値解と解析解との比較

複鉄筋断面におけるファイバーモデル数値解と解析解[12]について，Model.C - 13 ~ 17 の各パラメータで得られた結果と，解析式によって算出した値との比較をおこなう．(a) 無次元化の  $Mu/bd^2fc'$  と力学的鉄筋比との関係に着目しまとめた．これを図 4.12 に示す．

解析式

$$\frac{Mu}{bd_l^2 fc'} = j_1 \left( 1 - \frac{j_0}{1.7} \right) + j_2 \left( \frac{j_0}{1.7} - g \right)$$

ただし， $j_1 = \frac{p_1 f_y}{f_c'}$ ， $j_2 = \frac{p_2 f_y'}{f_c'}$ ， $j_0 = j_1 - j_2$

- ここに， $p_1$ ：引張鉄筋比
- $p_2$ ：圧縮鉄筋比
- $f_y$ ：引張鉄筋降伏強度
- $f_y'$ ：引張鉄筋降伏強度
- $cu'$ ：終局圧縮ひずみ

(a) 無次元化の  $Mu/bd^2fc'$  と力学的鉄筋比との関係

ファイバーモデルによる数値解と解析解とを比較すると，数値解の方が曲げ終局耐力が大きいことが確認できる．力学的鉄筋比が大きくなるにしたがい，解析解は安全側の評価を高め数値解と解析解との差が広がる傾向がみられる．

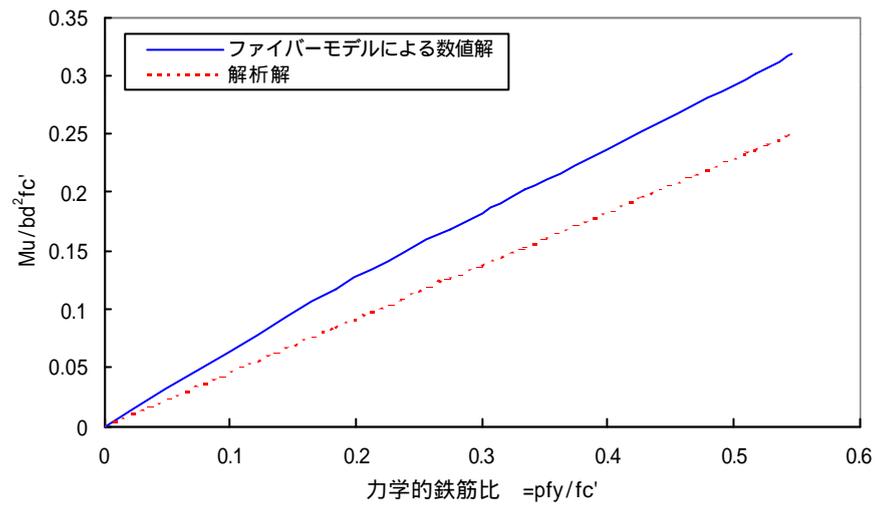


図 4.12 無次元化の  $Mu/bd^2fc'$  と力学的鉄筋比との関係

## 5. 非線形部材変形解析

## 5.1 荷重と変位の関係

曲げ破壊型 RC 柱部材の変形は、塑性ヒンジ領域以外の躯体変形、曲げ降伏後柱基部に発生する塑性ヒンジ領域に支配される躯体変形、柱基部からの軸方向鉄筋抜け出しにより生じる部材の剛体回転変位、の 3 種類の変形量の和によって表すことができる[13]。

柱頭における荷重 - 変位関係の算出フローチャートを図 5.1 に示す。まず、 $d$  の躯体変形は、3.2 より算出された  $M - f$  関係と部材軸方向の曲げモーメント分布 (図 5.2 参照) を対応させることにより、柱頭における変形  $d$  を求めることができる。ただし、塑性ヒンジ領域に関しては、5.2 で定義する塑性ヒンジモデルを合わせて用いるものとした。

の剛体変位  $d$  は、5.3 に示す方法で別途算出するものとし、全柱頭水平変位  $d$  は  $d = d + d$  によって表される。

部材軸方向に  $m$  等分に分割したとき、柱頭の荷重作用位置から数えて  $j$  番目の断面における躯体変形は、式(5.1)で与えられる (図 5.3 参照)。

$$d_j = \tan q_j \cdot \Delta x_j \approx q_j \cdot \Delta x_j \quad (5.1)$$

ここに、 $q_j$  : 柱頭の荷重作用位置から数えて  $j$  番目の断面における部材たわみ角

$d_j$  : 柱頭の荷重作用位置から数えて  $j$  番目の断面のたわみ角  $q_j$  による変形

$\Delta x_j$  : 柱頭の荷重作用位置から数えて  $j - 1$  番目と  $j$  番目の間の距離

また、曲率の定義より  $q_j = \int_0^{x_j} f_j dx$  となり、式(4.1)は次のように書き換えられる。

$$d_j = f_j \cdot x_j \cdot \Delta x_j \quad (5.2)$$

ここに、 $f_j$  : 柱頭の荷重作用位置から数えて  $j$  番目の断面における曲率

$x_j$  : 柱頭の荷重作用位置から数えて  $j$  番目の断面までの柱頭の荷重作用位置からの距離

したがって、柱頭における水平変位は、次のように離散化して表すことができる。

$$d = \int_L f \cdot x dx \approx \sum_{j=1}^m (f_j x_j + f_{j+1} x_{j+1}) \Delta x_j / 2 \quad (5.3)$$

また、水平荷重  $P$  は次のように算出される。

$$P = \frac{M}{L} \quad (5.4)$$

ここで、 $L$  は部材スパン長とする。

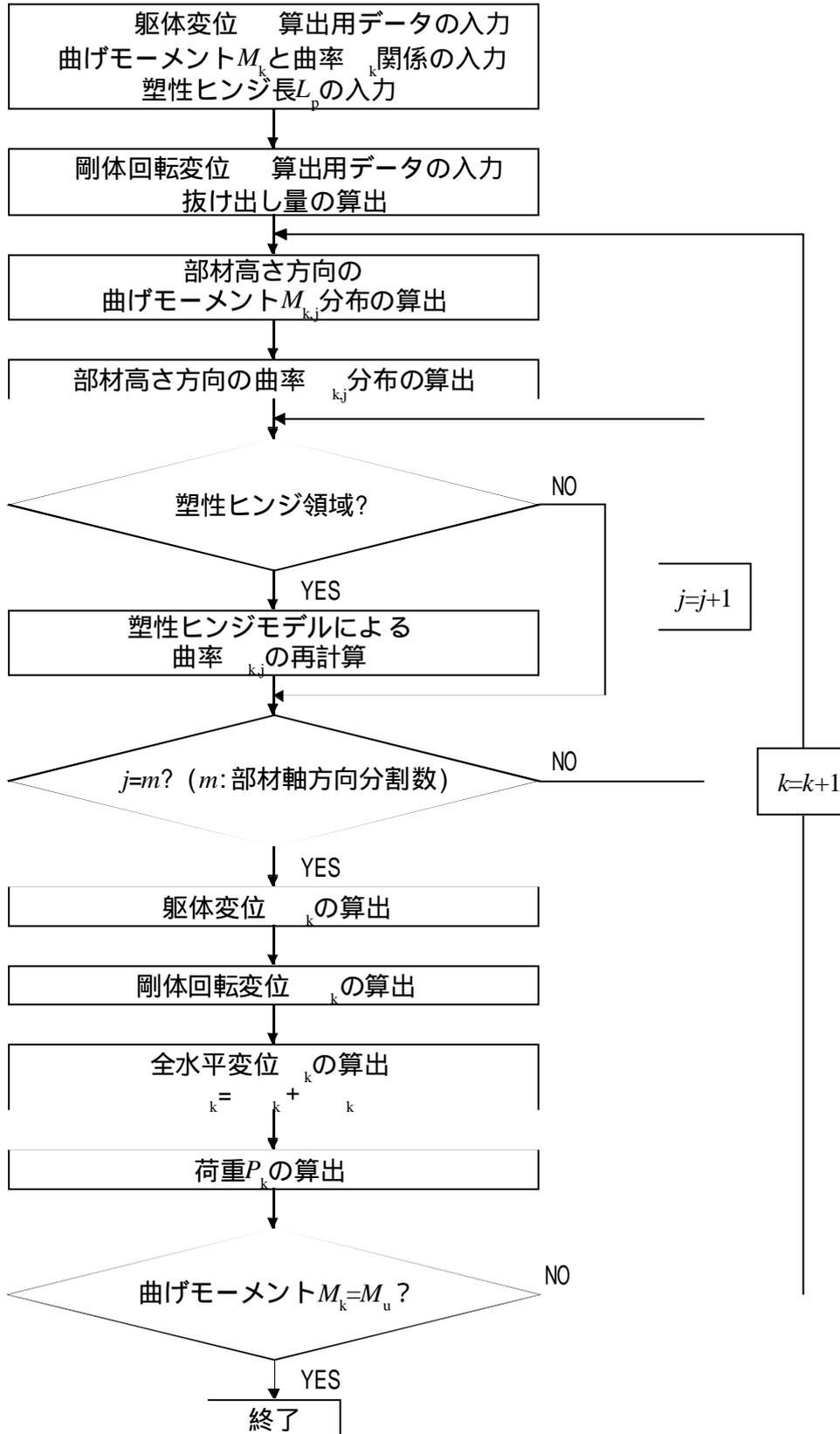


図 5.1 荷重 - 変位関係算出フローチャート

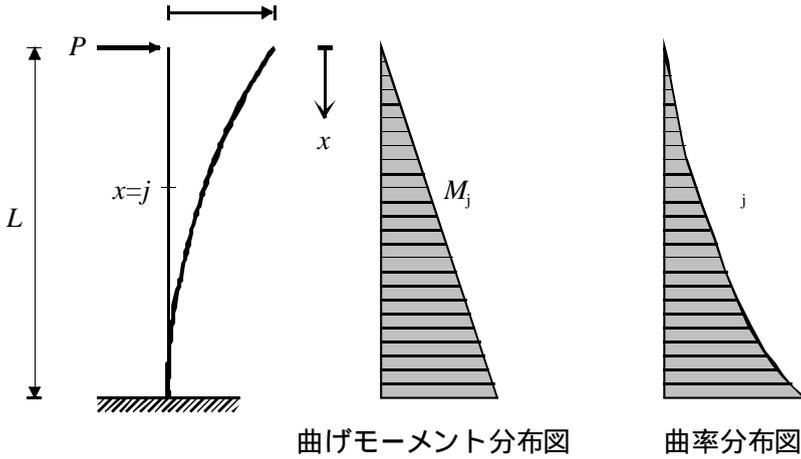


図 5.2 柱頭における荷重と変位の算出方法

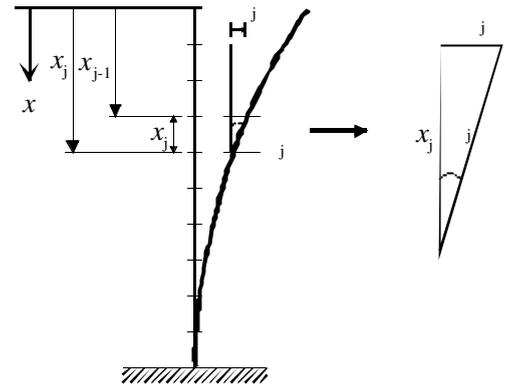


図 5.3 柱頭における変位の算出方法

### 5.2 塑性ヒンジ

現在 RC 構造物では、部材の靱性に期待し、巨大地震のエネルギーを塑性変形により吸収しようとする設計が主流となりつつある。そこで、塑性ヒンジとは、「塑性変形によりエネルギー吸収する安定した履歴を示す機構」と定義され、一般に、断面の降伏から終局変位までの間でのみ機構として存在すると考えられている[13]。

また、塑性ヒンジ領域とは、前述した機構の働く領域を意味するが、この領域では軸方向鉄筋の塑性変形などにより、曲率が大きくなることが知られている。それに伴い部材柱頭の水平変位も大きくなることが考えられ、その領域の長さ  $L_p$  (塑性ヒンジ長) は、既往の実験から  $1d$  程度 ( $d$ : 断面の有効高さ) であることが確認されている[14]。

そこで、塑性ヒンジモデルとして、図 5.4 に示すように、軸方向鉄筋が降伏した時点で柱基部から塑性ヒンジが形成され始め、最大モーメント時に柱基部から  $1d$  形成されるものとする。そして、最大曲げモーメント以降は、塑性ヒンジ領域は  $1d$  で一定とする。

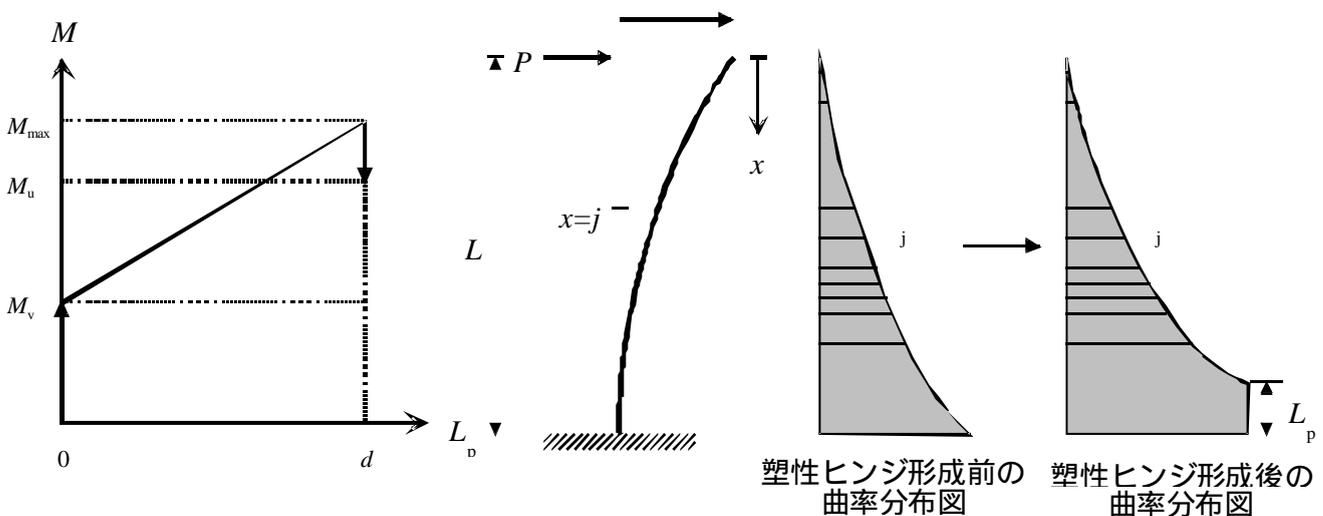


図 5.4 塑性ヒンジモデル

## 5.3 軸方向鉄筋の抜け出し

石橋・吉野らの抜け出し量を算出するモデル[15]は、実験により得られた簡易式であり、次式により与えられる。

$$\Delta l_y = 0.070 - 0.0054(D/f) + 0.00017(D/f)^2 \quad (5.5)$$

$$\Delta l_u = 0.083 - 0.0054(D/f) + 0.00015(D/f)^2 \quad (5.6)$$

ここに、 $l_y$ 、 $l_u$ ：軸方向鉄筋降伏時および終局時の抜け出し量

$D$ ：軸方向鉄筋の中心間隔

$f$ ：鉄筋径

$3 \leq D/f \leq 16$  (単位：cm)

さらに、**図 5.5** に示すように鉄筋の抜け出し量は、式(5.5)、(5.6)より得られた抜け出し量をもとに、鉄筋のひずみ増加に伴い、線形に増加するモデルとした。

そこで、軸方向鉄筋の抜け出しによる剛体回転変位は、次のように算出される (**図 5.6** 参照)。

$$d = Lq \quad (5.7)$$

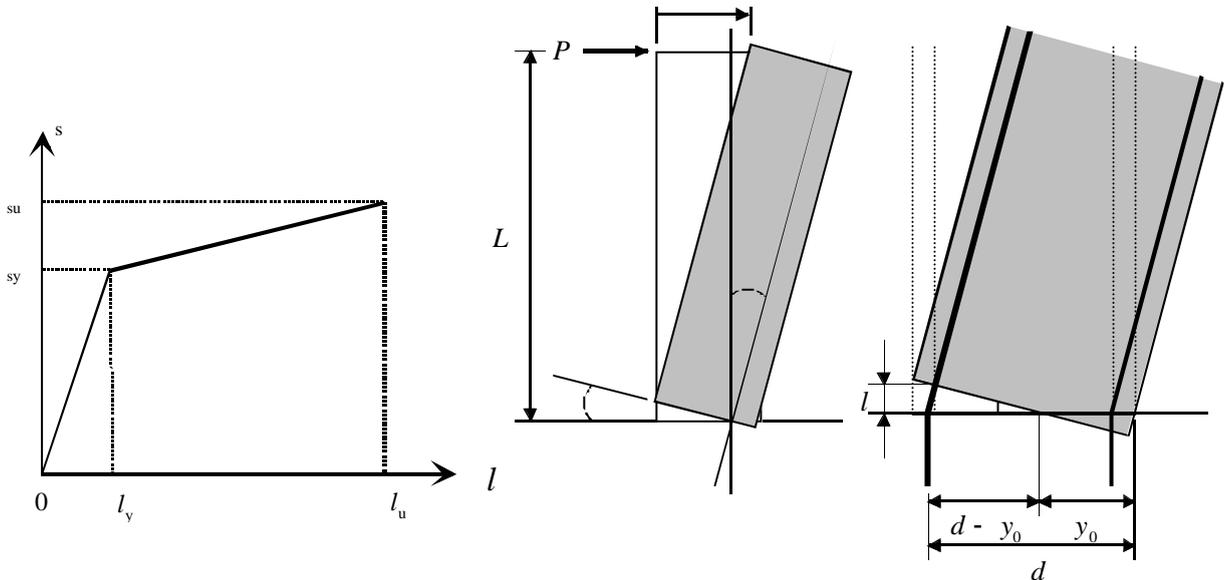
$$q = \Delta l / (d - y_0) \quad (5.8)$$

ここに、 $L$ ：部材スパン長

$q$ ：回転角

$l$ ：軸方向鉄筋の抜け出し量

$y_0$ ：圧縮縁から中立軸位置までの距離



**図 5.5** 抜け出し量の算出

**図 5.6** 軸方向鉄筋の抜け出しによる剛体回転変位

## 6. まとめ

鉄筋構成則に着目すると、終局がひずみ硬化点より前か後かで顕著な差が生じた。ひずみ硬化点以前に終局がある場合は、バイリニアとトリリニアでは全く同様の挙動を示し、圧縮側最外縁鉄筋も降伏強度に達していることが確認できた。また、力学的鉄筋比が 0.4 あたりで over-reinforcement になったと推定できた。

側方鉄筋の影響に着目すると、側方鉄筋が多くなり、軸方向鉄筋比が大きくなるに従い耐力は大きくなるが、変形性能が乏しくなり脆性的な破壊になるといえる。 $p_s$  が 0.025 までは中立軸の位置にあまり変化がなく同様な値を示している。軸方向鉄筋を 6 段配筋にし  $p_{fy}$  が 0.025 以上になると中立軸の値に急激な差が生じ大きくなることが確認できる。

複鉄筋断面で軸方向鉄筋比に着目すると、軸方向鉄筋比が大きくなっても、変形性能にはあまり影響を及ぼさず、耐力だけが上がることが確認できる。中立軸には、顕著な変化はみられず、終局の位置に関しても、ほぼ一定の位置であることが確認できる。軸方向鉄筋比は変形性能にあまり影響を与えないことが推定できる。また、側方鉄筋を考慮したときと複鉄筋断面で軸方向鉄筋比を大きくしたときとは、変形性能や曲げ耐力に大きな差が生じた。

今回は終局点を明確にするために、コンクリート構成則に土木学会式を使用した。これは、かぶりコンクリートとコアコンクリートの分離がなく、帯鉄筋による拘束効果も考慮していないことから、最大耐力は他のモデルと比較し小さくなる。また、設計式であることからかなり安全側の評価となっており、実挙動より断面靱性率は小さいと考えられる。Mander model は、かぶりコンクリートとコアコンクリートの構成則の分離がり、帯鉄筋による拘束効果はコアコンクリートのみに考慮している。よって、最大耐力に至った後に軸方向鉄筋の応力軟化が発生しており、実現象により近いモデルであることが確認されている。

また、軸方向鉄筋の座屈を伴う曲げ破壊を正確に解析するために、座屈挙動をとりいれた曲げ損傷過程を再現する必要がある。鉄筋構成則に引張鉄筋と圧縮鉄筋との挙動の違いをとりいれ、圧縮鉄筋には弾塑性座屈モデルを導入する必要がある。

今後はコンクリート構成則に Mander model を用い、鉄筋構成則には、引張鉄筋側にトリリニア、圧縮鉄筋側に弾塑性座屈モデルを用いて解析を進めていく必要がある。

## 参考文献

- [1] 西野文雄, 長谷川彰夫: 新体系土木工学 7 構造物の弾性解析, 土木学会編, 技報堂出版, 1983.6
- [2] 土木学会: コンクリート標準示方書[設計編], pp23-24, 1996.
- [3] 日本道路協会: 道路橋示方書 V 耐震設計編, pp130-133, 1996.12
- [4] 星隈順一, 川島一彦, 長屋和宏: 鉄筋コンクリート橋脚の地震時保有水平耐力の照査に用いるコンクリートの応力 - ひずみ関係式, 土木学会論文集, No.520/V-28, pp1-11, 1995.8
- [5] Mander J.B., Priestley M.J.N. and Park R.: "Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete," *Journal of the Structural Engineering*, Proc.of ASCE, Vol.114, No.ST8, pp1804-1826, Aug.1988.
- [6] Mander, J.B., Priestley, M.J.N., and Park, R.: "Observed Stress-Strain Behavior of Confined Concrete," *Journal of the Structural Engineering*, Proc.of ASCE, Vol.114, No.ST8, pp1827-1849, Aug.1988.
- [7] 島弘, 周礼良, 岡村甫: 異形鉄筋の鉄筋降伏後における付着特性, 土木学会論文集, No.378/V-6, pp213-220, 1987.2
- [8] 芳村学, 青山博之, 河村満: 2方向外力を受ける鉄筋コンクリート構造物の解析 その1 2軸曲げも受ける RC 柱の解析, 日本建築学会論文報告集, No.298, pp31-41, 1980.12
- [9] 尾坂芳夫, 鈴木基行, 桑原庄次郎, 石橋忠良: 静的交番繰り返し荷重下での RC 柱の履歴復元力特性に関する研究, 土木学会論文集, No.372/V-5, pp45-54, 1986.8
- [10] 渡辺浩, 崎元達郎, 新田晃久, 大石研一郎: 繰り返し水平力を受ける鉄筋コンクリート柱の挙動と終局耐力に関する実験と解析, 構造工学論文集, 土木学会, Vol.43A, 1997.3
- [11] 白井俊栄, 田中良弘, 畑明仁, 趙唯堅: ファイバーモデルによる非線形フレーム解析とその検証, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.19, No.2, pp123-128, 1997.
- [12] 吉川弘道: 鉄筋コンクリートの設計 限界状態設計法と許容応力度設計法, pp65-68, 丸善株式会社, 1997.12
- [13] 土木学会: コンクリート技術シリーズ 20 コンクリート構造物の耐震技術 - 現状と将来展望 -, 第5章, 1997.
- [14] 池谷和之, 刈込幸児, 藤田幸弘, 渡辺祐子: 小型試験体による RC 柱の耐震実験 実験報告書, 武蔵工業大学, 1998.
- [15] 石橋忠良, 吉野伸一: 鉄筋コンクリート橋脚の地震時変形能力に関する研究, 土木学会論文集, No.390/V-8, pp57-66, 1988.2