

R C 橋脚の非線形応答変位と荷重低減係数

吉川弘道・青戸拡起・北本廣平・近藤由樹

1.RC 単柱橋脚の非線形応答解析

- (1)対象橋脚の諸元と解析モデル概要
- (2)Dynamic Push-Over Analysis
- (3)用いた入力地震動

2.線形応答変位と荷重低減係数

- (1)非線形応答解析と両一定則との比較
- (2)荷重低減係数の定義

3.荷重低減係数に関する既往の研究成果

4.非線形解析の比較と一般式の提案

- (1)荷重低減係数による非線形応答変位の比較
- (2)荷重低減係数に関する一般式の提案

5.提案式の検証と考察

参考文献

1. RC 単柱橋脚の非線形応答解析

(1) 対象橋脚の諸元と解析モデル概要

解析対象とする橋脚の形式は円柱式の T 型単柱橋脚(P92 橋脚)で、この構造図とモデル化を図 1-1 に示す。ここでは、ひび割れ、降伏、終局の定義は復旧仕様に従い、P92 橋脚の基部断面における断面特性を算出した(表 1-1, 図 1-2)。本橋脚は、せん断耐力が曲げ耐力を大きく上回っており、曲げ破壊型と判断されるので最大限靱性を発揮することができ、M-f 関係(曲げ剛性)のみを考えた動的解析を実行する。

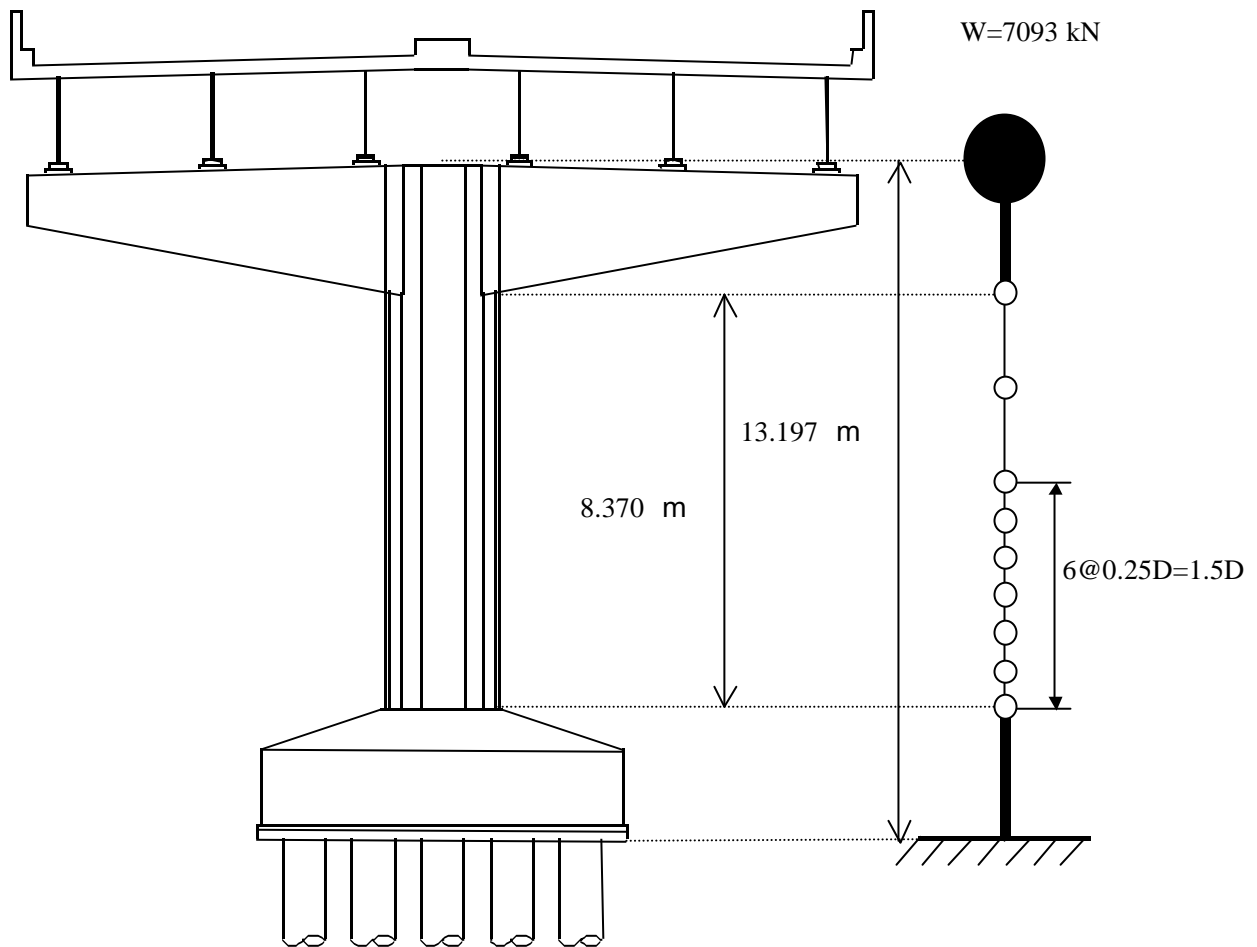


図 1-1 構造形状と 1 質点モデル

表 1-1 P92 橋脚の断面性能 (剛性と耐荷力)

crack	c (1/m) ,Mc (MN-m)	1.2826E-04	10.27
yield	y (1/m) ,My (MN-m)	1.0125E-03	27.91
ultimate	u (1/m) ,Mu (MN-m)	4.0840E-03	38.45
curvature ductility factor	μ	4.034	
stiffness rate1	1	0.249028	
stiffness rate2	2	0.042810	
yield strength	Py (MN)	261.4	
ultimate strength	Pu (MN)	360.1	
shear strength	Ps (MN)	455.2	
せん断余裕度	Ps/Pu	1.26	曲げ破壊

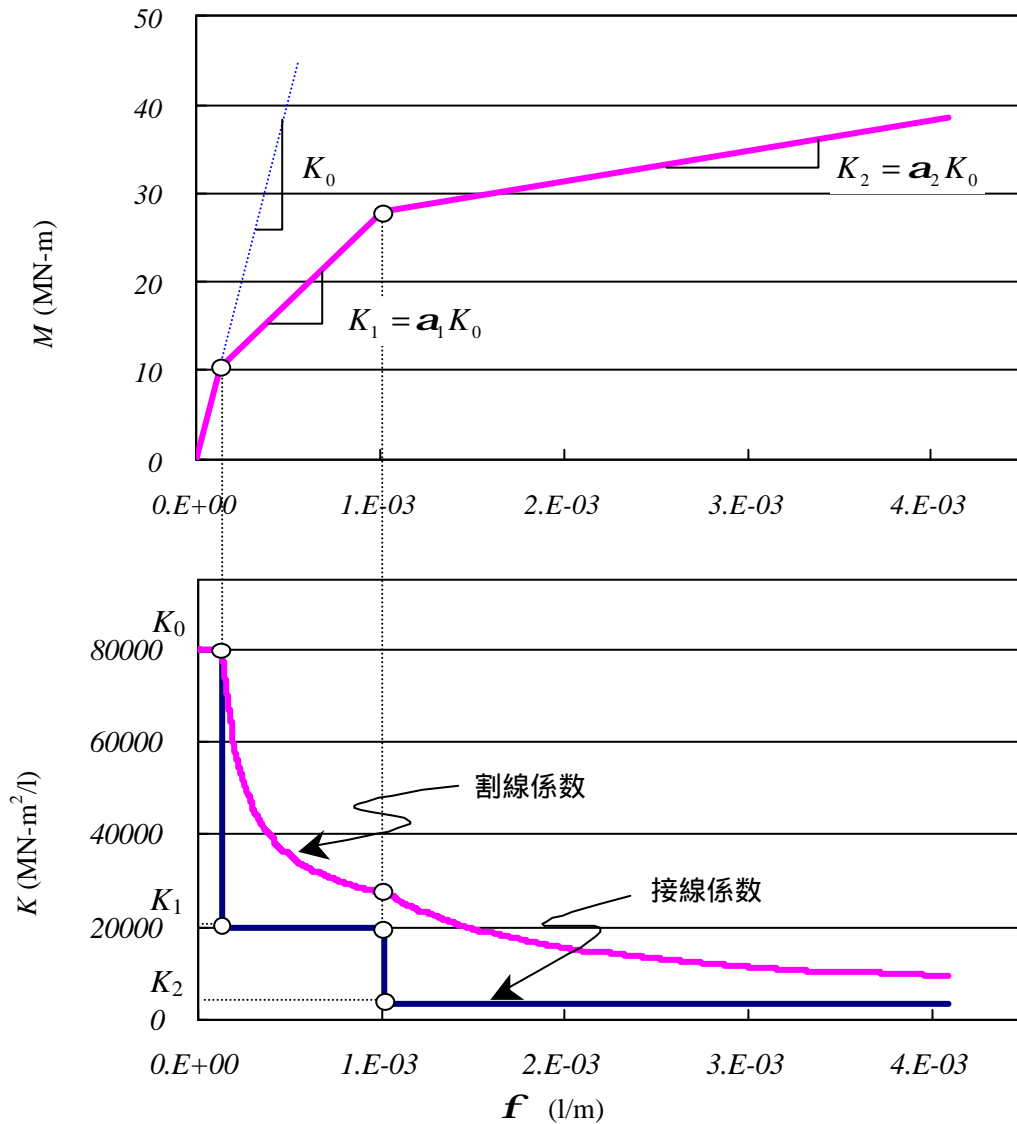


図 1-2 P92 橋脚の M-f, K-f

(2) Dynamic Push-Over Analysis

“Dynamic Push-Over Analysis” は、入力地震動の加速度波形を徐々に増幅し、その非線形の動的応答解析を実施し、橋脚の最大応答変位を算出するものである。図中において、原波形 A_0 に対して a_1, a_2, \dots 倍し、入力加速度を設定する。本解析では、 $A_1=300\text{gal}, A_2=400\text{gal}, \dots$ とした。

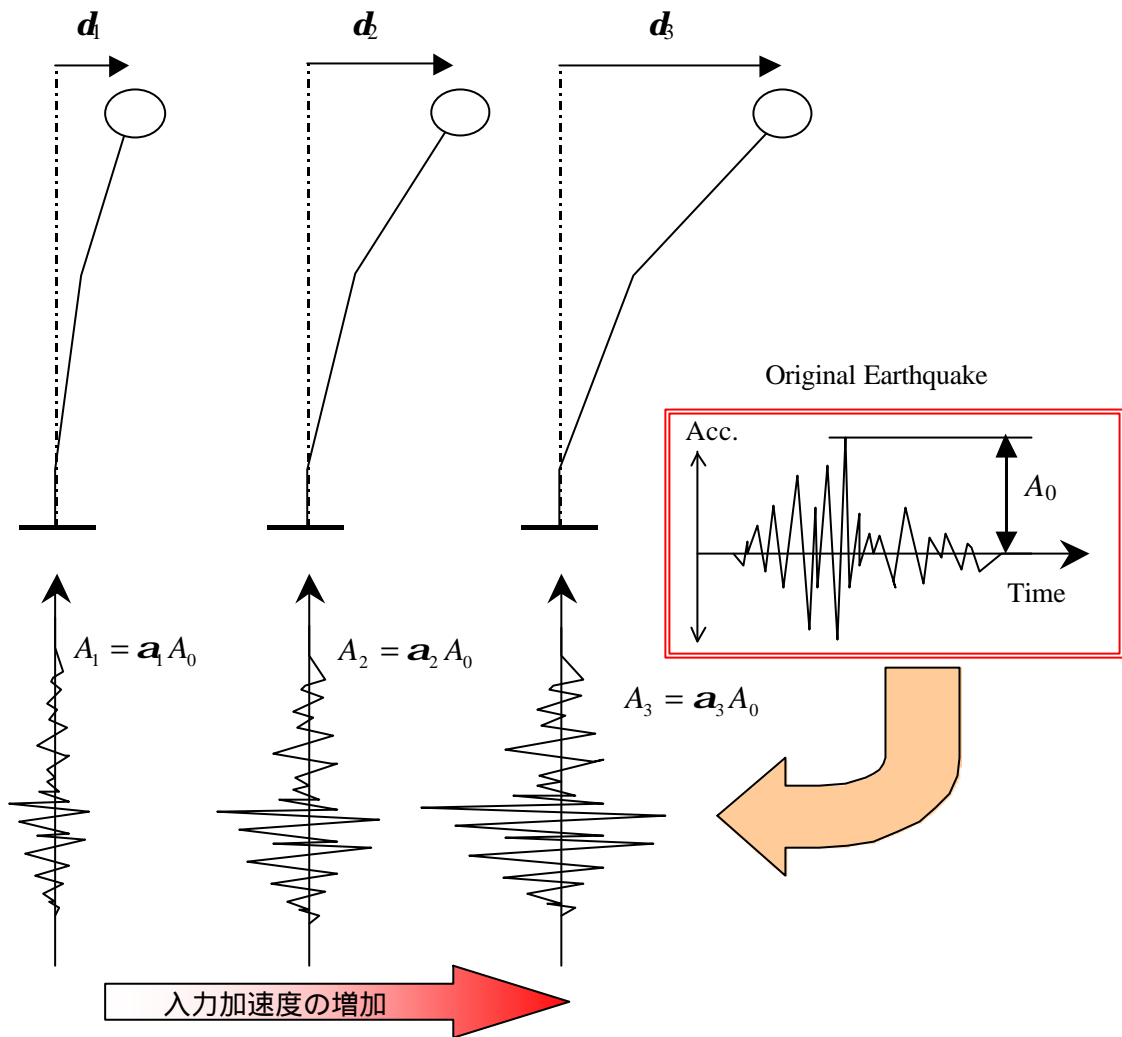


図 1-3 Dynamic Push-over Analysis の概念図

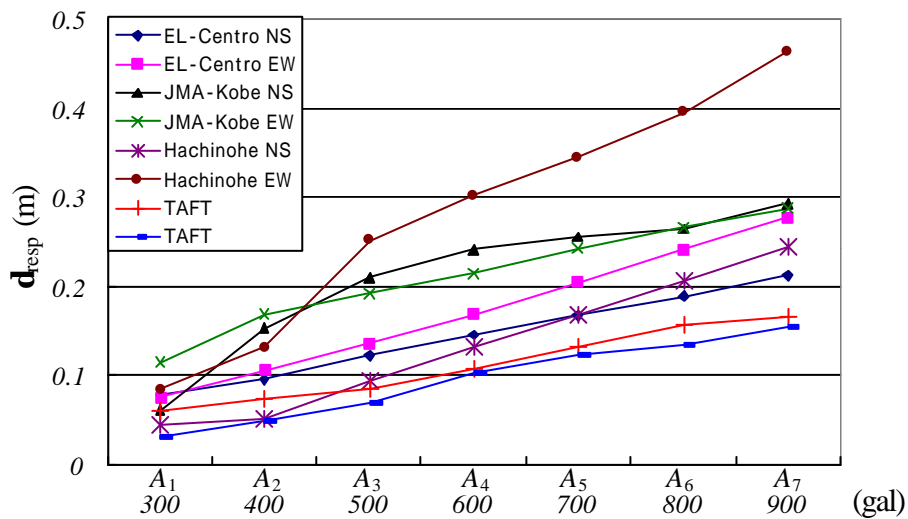


図 1-4 最大入力加速度 非線形応答変位関

(3) 用いた入力地震動

図 1-4 に本非線形応答解析に用いた入力地震動の加速度原波形を示す。これらは 4 地震動のうち、8 成分であり、非線形応答解析に多用されている。

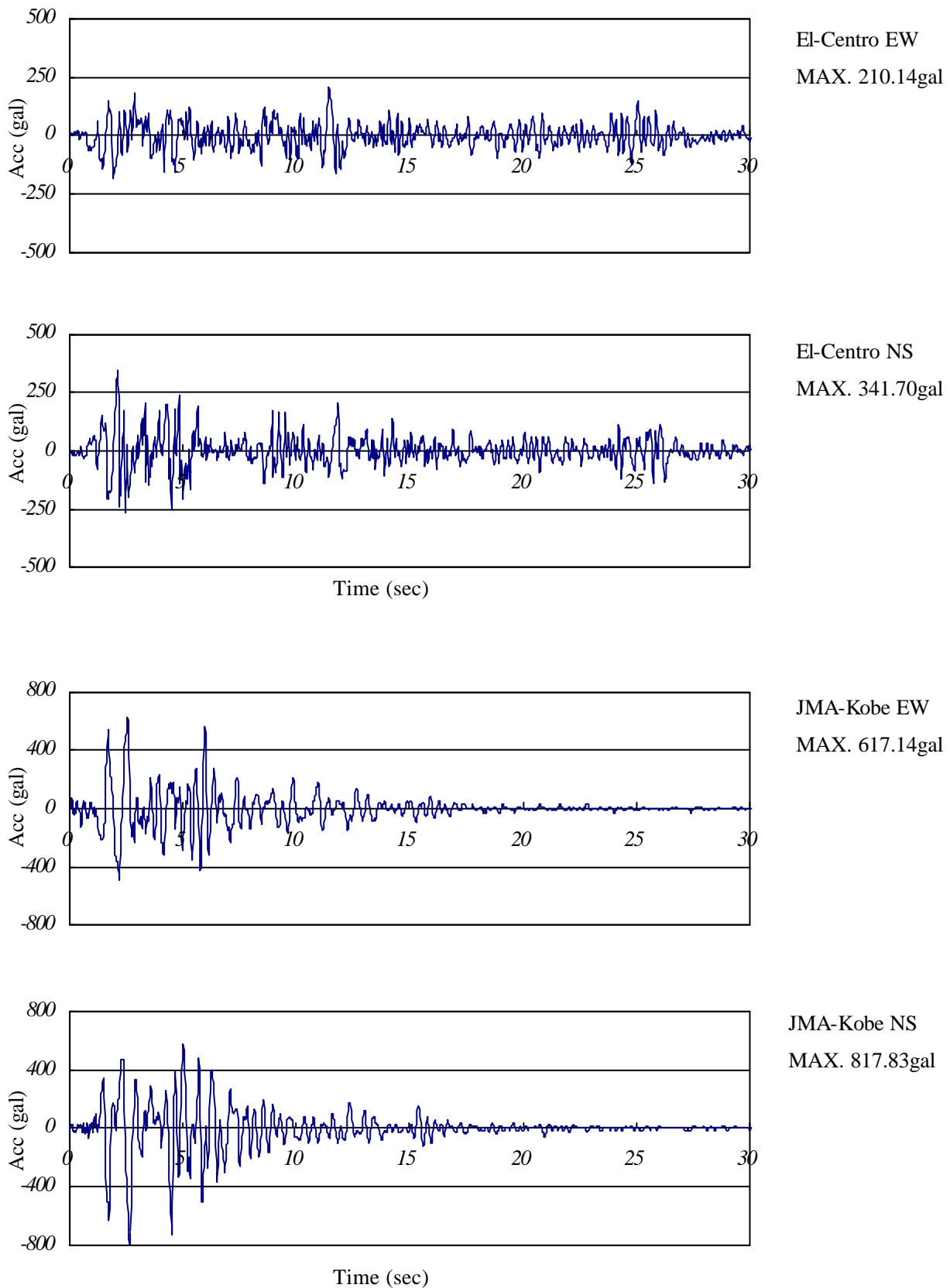
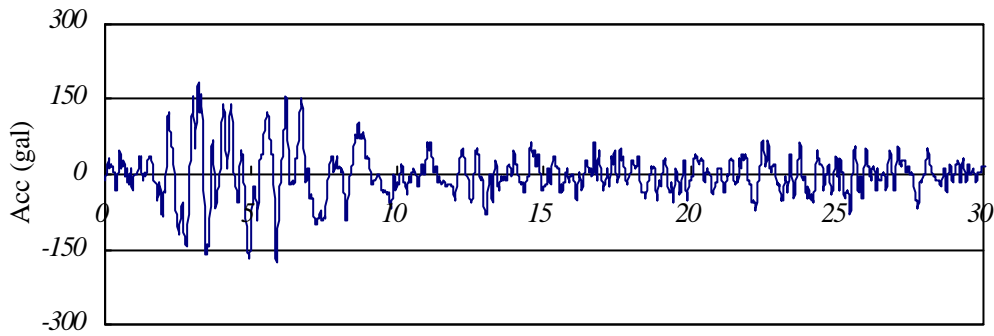
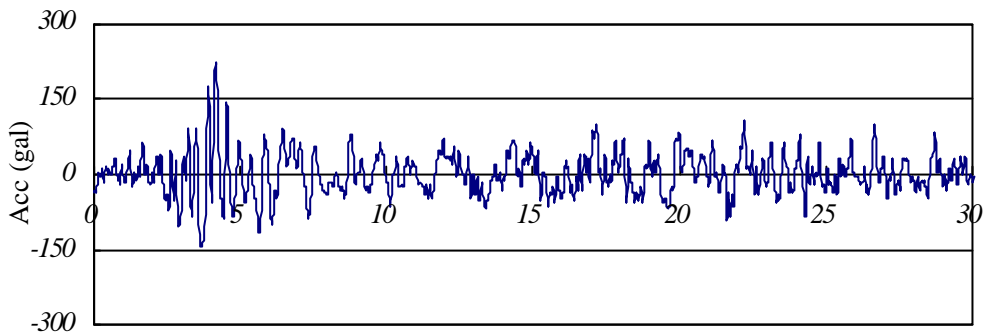


図 1-4 4 地震 8 成分加速度原波形 (その 1)

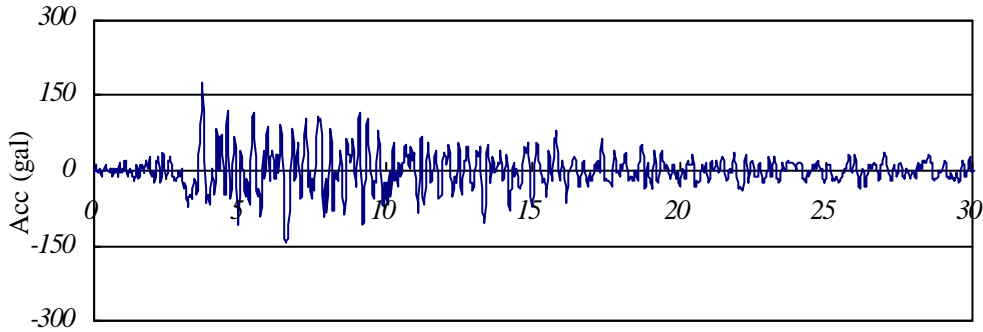


Hachinohe EW
MAX. 182.90gal

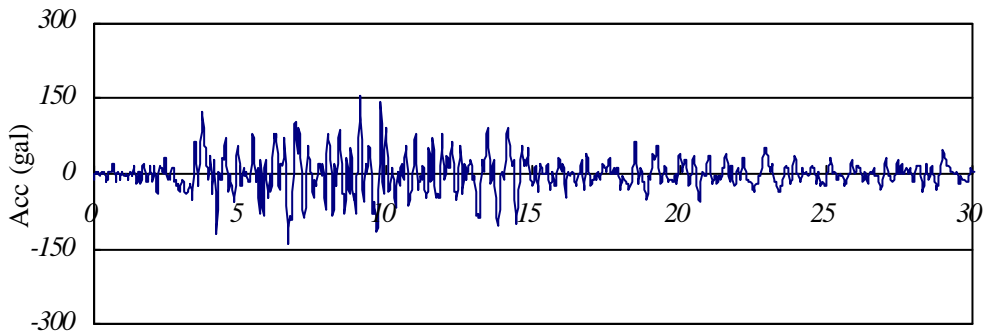


Hachinohe NS
MAX. 225.00gal

Time (sec)



TAFT EW
MAX. 175.90gal



TAFT NS
MAX. 152.70gal

Time (sec)

図 1-4 4 地震 8 成分加速度原波形 (その 2)

2. 非線形応答変位と荷重低減係数

(1) 非線形応答解析と両一定則との比較

ここでは、P92 橋脚を対象として、非線形動的応答解析を実行し、両一定則による推定値と比較した。Dynamic Push-Over Analysis を実施し、入力加速度を 400Gal, 600Gal, 800Gal について、その応答量をプロットした。は弾性応答における最大応答値、は弾塑性応答解析より得られた応答値であり、骨格曲線上を上昇し、はエネルギー一定則から評価される最大応答値である。

Q_y で降伏しているため、弾性応答せん断力 Q_E に比べ、最大応答せん断力 Q_{resp} を大きく減少させることになる。一方で、大きな荷重低減効果を得るには相応の大きな塑性変形能力を必要とすることを示している。

ここで、入力加速度 800Gal の弾性せん断力を Q_{E-800} とすると、後述する荷重低減係数は $R=Q_{E-800}/Q_y$ と判定される ($R=1603/270=5.93$)。一方、非線形応答の最大値は d_{resp} であった。エネルギー一定則による推定値を d_{ener} 、変位一定則の場合を d_{disp} とすると、これらは $d_{disp} < d_{resp} < d_{ener}$ のような大小関係となる。従って、変位一定則によると危険であり、エネルギー一定則で設計すると、非常に過大な変形能力を課することになる。

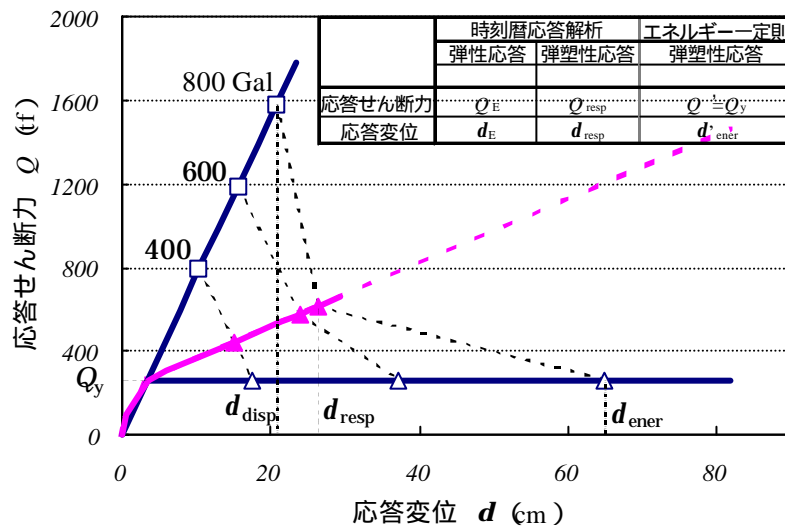


図 2-1 応答せん断力と応答変位の関係
非線形応答解析と両一定則

このように経験則（両一定則）による評価は、非線形動的応答解析による結果 d_{resp} と合致しないことが多く、その適用性については多くの議論がなされている。本例のように対象構造物の固有周期が $T=0.3 \sim 1\text{sec}$ の場合、前述のように $d_{disp} < d_{resp} < d_{ener}$ のような大小関係となることが多く、入力加速度の増大とともに d_{resp} は d_{ener} より乖離し、 d_{disp} に近付くことがわかる。

従って、これら 3 つの応答変位の要因は次式のようにまとめることができる

$$\text{両一定則} \quad : \quad d_{disp} \quad d_{ener}=f(Q_E, Q_y)$$

$$\text{非線形応答解析} \quad : \quad d_{resp}=f(\text{地震動の規模と特性, 固有周期と粘性減衰, 履歴モデル})$$

ここで、P92 橋脚の塑性変形能力を $d_u=30\text{cm}$ ($m=30/3.5=8.57$) と仮定し、耐震性照査を試みる。非線形応答解析の結果では、入力加速度 800Gal に対しても余裕があるのに対して、エネルギー一定則に従うと、400 ~ 600Gal の中間値で崩壊と判定 ($d_{ener} < d_u$) される (厳密に求めると 513Gal) ので、エネルギー一定則が安全側を与えていることになる。

次に図 2-2 のように、同じ弾性周期（弾性剛性）をもち、降伏耐力が異なる 3 つの弾塑性部材の応答を考える。降伏耐力 Q_{y1} 、 Q_{y2} 、 Q_{y3} は $Q_{y1} < Q_{y2} < Q_{y3}$ のような大小関係にあるものとする。弾性応答の最大応答せん断力を Q_E とすると、弾性周期が同じであるから、各部材の荷重低減係数は $R_3 < R_2 < R_1$ のような関係になる。

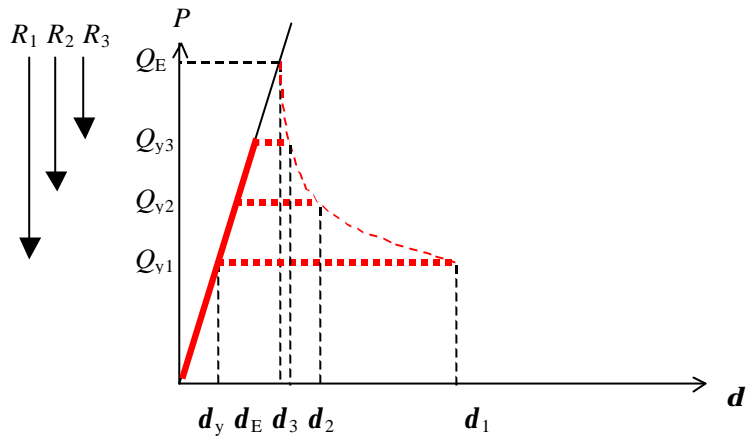


図 2-2 両一定則における変形能力と降伏耐力

以上の関係にあるとき、弾塑性応答の大小関係は、エネルギー一定則を適用する場合は式(2-1)、変位一定則では式(2-2)のような関係を得ることができる。

$$\text{エネルギー一定則} : d_3 < d_2 < d_1 \quad (2-1)$$

$$\text{変位一定則} : d_3 = d_2 = d_1 \quad (2-2)$$

従って、荷重低減係数を仮定すると、それに応じた非線形型応答量を評価することができる。逆に、応答変位、もしくは塑性率を仮定すると、それに応じた弾性応答解析結果から降伏耐力 Q_y を評価することができる。なお、このような 3 つの構造系については、

(Q_{y1} , d_1) 低強度高靱性

(Q_{y3} , d_3) 高強度低靱性

のように解釈することができる。構造物の耐震性能としては、一般に高強度にすると靱性がとぼしく、低強度の場合高靱性を保持させることができる。

また、エネルギー一定則では大きな荷重低減効果を期待することができ、降伏耐力をその塑性変形能力に応じて小さくできることがわかる。このような経験則の適用性については常に議論が絶えず、荷重低減係数の導入に関しては十分な吟味が必要である。

(2) 荷重低減係数の定義

弾性応答せん断力 Q_E と弾塑性設計する際の降伏耐力 Q_y の比 Q_E/Q_y を荷重低減係数 (R-Factor: Force Reduction Factor) という。

$$R = \frac{Q_E}{Q_y} \tag{2-3}$$

荷重低減係数 R は 1 より大きな値となり, $Q_y=Q_E/R$ により降伏耐力 Q_y を R より低減するものである。すなわち, 部材の塑性変形能力に応じ降伏耐力を決定するもので, 弾塑性設計では非常に重要な考え方であり, 非線形動的解析を回避する, 現行の耐震設計基準のキーポイントとなる。

ここで, 多くの耐震設計で用いられているエネルギー一定則, 変位一定則を適用して, 荷重低減係数 R を記述すると以下のように表わされる。

エネルギー一定則 : $R_{ener} = \sqrt{2m-1}$ ($m = d_{entr} / d_y$) (2-4)

変位一定則 : $R_{disp} = m$ ($m = d_{disp} / d_y$) (2-5)

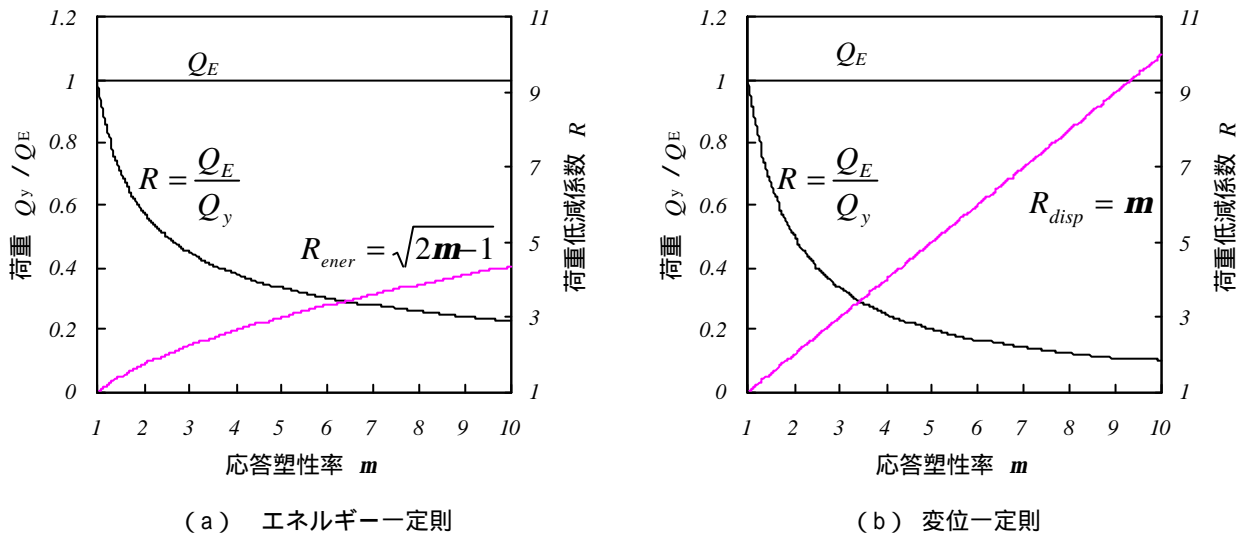


図 2-3 両一定則における降伏耐力と荷重低減係数

すなわち, 応答塑性率 m の増大とともにいずれかの一定則に従って荷重低減係数 R は増加し, その分降伏耐力 Q_y を低減するものである (変位一定則の低減効果の方が大きい。これは, エネルギー一定則の方が安全側であることがわかる)。ただし, 部材の保有靱性率 (member ductility) が十分保証され, 予想される応答塑性率に耐えることを前提とするものである。

3. 荷重低減係数に関する既往の研究成果

ここで、荷重低減係数の適用について、既往研究例をとりあげ、その概要を紹介する。これらの既往研究によれば、荷重低減係数は対象構造物の固有周期に依存することが指摘されている。一方、エネルギー一定則、変位一定則は塑性率のみによって荷重低減係数が決定されるため、周期依存性は反映されていないことになる。エネルギー一定則、変位一定則で推定した最大変位と、非線形応答の最大変位とが乖離することが多く、これは両一定則の周期非依存性によることが考えられる。

(a) T.Pauly, M.J.N.Priestly; "SEISMIC DESIGN OF REINFORCED CONCRETE and MASONRY BUILDINGS" 「2.3.4 Inelastic Response Spectra」

本研究では、まず両一定則の適用について次のような知見から出発している

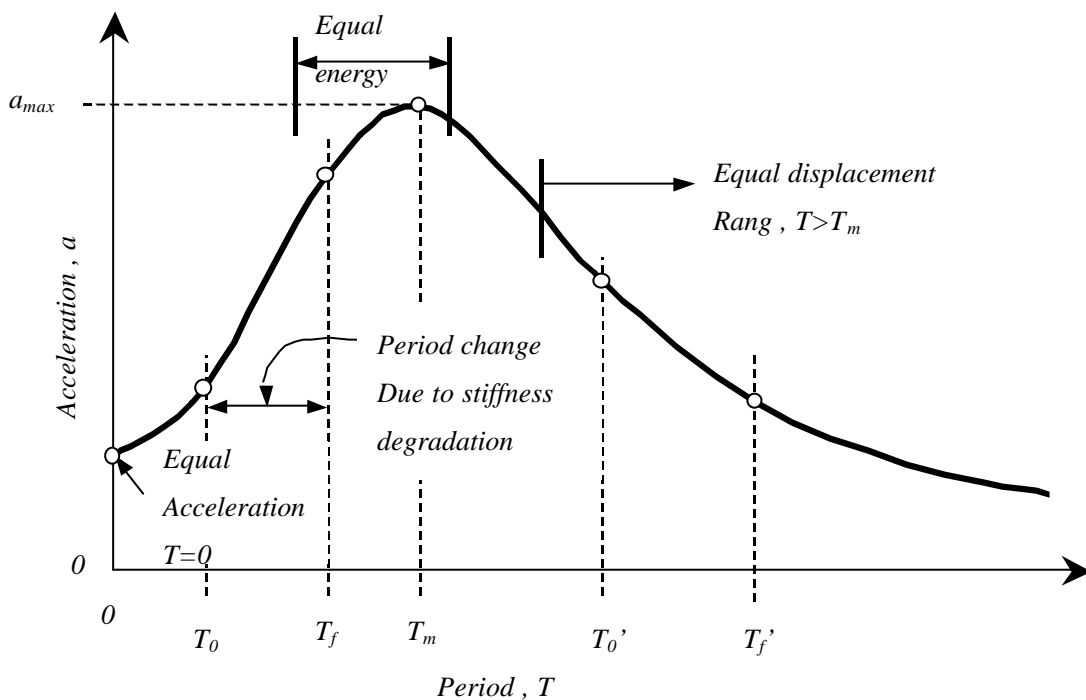


図 3-1 Influence of period on ductile force reduction

すなわち、

$$\text{剛体 } (T=0) \text{ に対して: } R = 1 \quad (3-1)$$

$$\text{短周期に対して: } R = \sqrt{2m-1} \quad (3-2)$$

$$\text{長周期に対して: } R = m \quad (3-3)$$

加速度応答スペクトル上にて、エネルギー一定則の適合する領域、変位一定則の適合する領域が示されるとしており、構造物の固有周期に応じて使い分けるといふものである（加速度応答スペクトルのピーク値を $T_0=0.35$ sec と考えている）。これは、 $T=0$ sec に対して、式(3-1)、 $T > 0.70$ sec の長周期に対して、式(3-3)を用いるものであるが、この中間領域 $T=0 \sim 0.70$ sec に対しては次式を適用する。

$$R = 1 + (m-1) \frac{T}{0.7} \quad (3-4)$$

これは、 $T=0$ または $m=1$ $R=1$ (式(3-1)) および、 $T=0.7$ $R^*=m$ (式(3-3)) を両極端とし、固有周期 T に

ついて線形補完したものである。この提案式はエネルギー一定則(式(3-2))の代替となるものであるが、応答塑性率が $m=6$ 程度では、 $T=0.3$ sec 付近にて両式はほぼ同様の評価式となる。すなわち、

$$\text{エネルギー一定則} \quad : R = \sqrt{2m-1} \quad \sqrt{11} = 3.32$$

$$\text{提案式 (T.Pauly , M.J.N.Priestly)} \quad : R = 1 + (6-1)0.3/0.7 = 3.14$$

(b)David J.Dowrick; "Earthquake resistant design For engineers and architects" 「4.3.3.4 Inelastic Response Spectra pp.126 ~ 129」

本著に例示されている非線形スペクトル(図3-2)は、New Zealand の seismic zone Cにおける設計コードの適用例であり、uniform risk response spectra, (constant) risk spectra と呼ばれる。

$m=1$ における設計スペクトル(弾性応答)が2例示されているが、これは強震記録にもとづく設計処理の困難さを示すものである。

さらには、前例の T.Pauly, M.J.N.Priestly と同様な考え方にに基づき、次式のような荷重低減係数が与えられている。

$$T=0 \quad \text{に対して} : Z = 1.0 \quad (3-5)$$

$$0 < T < 0.7 \quad \text{に対して} : Z = 0.7 / \{(m-1)(T + 0.7)\} \quad (3-6)$$

$$T \geq 0.7 \quad \text{に対して} : Z = 1/m \quad (3-7)$$

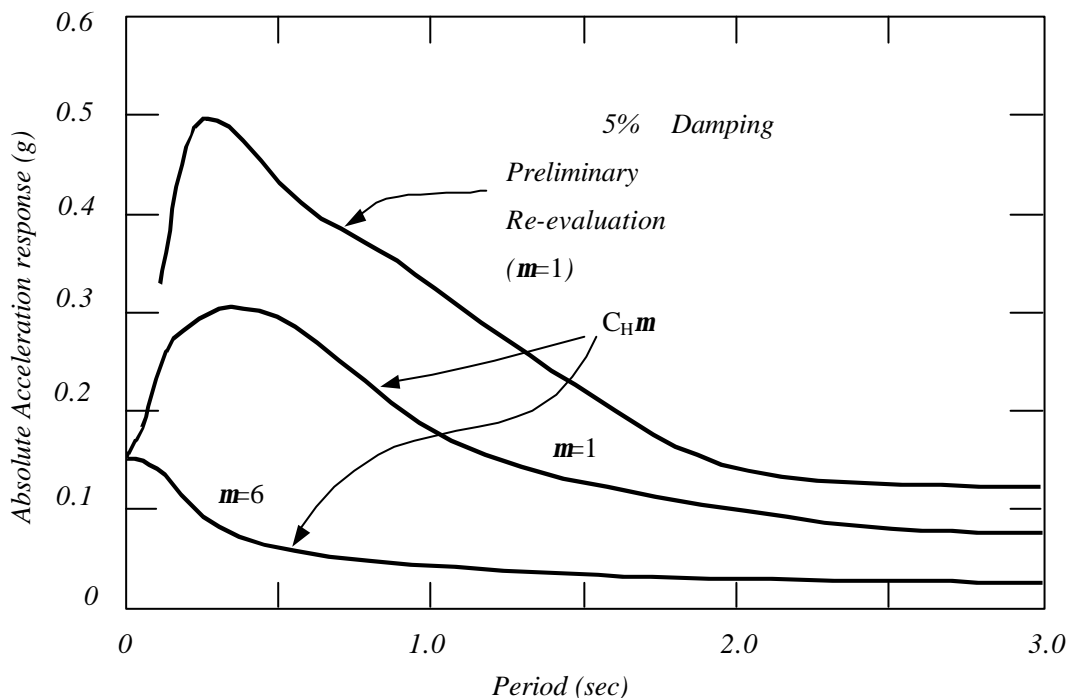


図 3-2 Uniform risk response spectra

ここに記述されている Z は $Z=Q_y/Q_E=1/R$ (R の逆数)と定義されており、 $Q_y=Z \cdot Q_E$ にて降伏耐力を照査するものである。ある地震動を対象としたスペクトルをもとに作成されており、かつ構造物の固有周期 T を取り入れてその固有周期に応じて式を使い分けているのが特徴である。ただし、構造形状や使用材料によるバラツキも考えられ、設計上の応答塑性率は m $R=Q_E/Q_y$ としている。

(c)梅村，大沢，武田；“鉄筋コンクリート構造物の耐震設計”「5.2.1 弾塑性応答変形」¹⁾より

この表記されている方法は，人工地震波 5 波の平均値を用いて，降伏震度および構造物の弾性周期を変化させるパラメトリックシミュレーションの結果より導き出されている．また， Z はb)と同様 $Z=Q_E/Q_Y$ を意味するものである．

表 3-1 $Z \sim m$ 関係

復元力	S_V 一定領域($T_0 > 1$)	S_A 一定領域($T_0 \cong 0.5$)
Bi-Linear	$Z = m^{-0.88}$	$Z = m^{-0.66}$
D-Tri	$Z = 0.65m^{-0.75}$	$Z = 0.75m^{-0.50}$
原点思考1	$Z = m^{-0.52}$	$Z = m^{-0.26}$
原点思考2	$Z = m^{-0.61}$	$Z = m^{-0.36}$

この方法で特徴的なのは， T_0 の導入である．これは，人工地震波の速度スペクトルにおいて一定になり始める周期を T_G ，および構造物の弾性周期 T との比を $T_0 = T/T_G$ と表したものである．

すなわち，地震動スペクトルの加速度一定領域 ($T_0 \cong 0.5$ sec) と速度応答スペクトル一定領域 ($T_0 > 1$ sec) (図 3-3) において式を使い分けるものである．

RC を対象とした D-Tri モデルの式の場合， T_G の前後で連続性のない式ではあるが，塑性率 $m=2$ を仮定したとき， $T_0 > 1$ では $Z=0.386$ (R になおすと $1/Z=2.59$)， $T_0 \cong 0.5$ では $Z=0.530$ (R になおすと $1/Z=1.89$) である．すなわち，地震動の周期 T_G に比べ長周期である構造物は，より大きな荷重低減係数が得られるような式になっている．ちなみにエネルギー一定則からは $R = \sqrt{2 \cdot 2 - 1} = 1.73$ ，変位一定則からは $R=2$ であり，どちらの周期域においてもエネルギー一定側より大きな荷重低減係数を与えている．

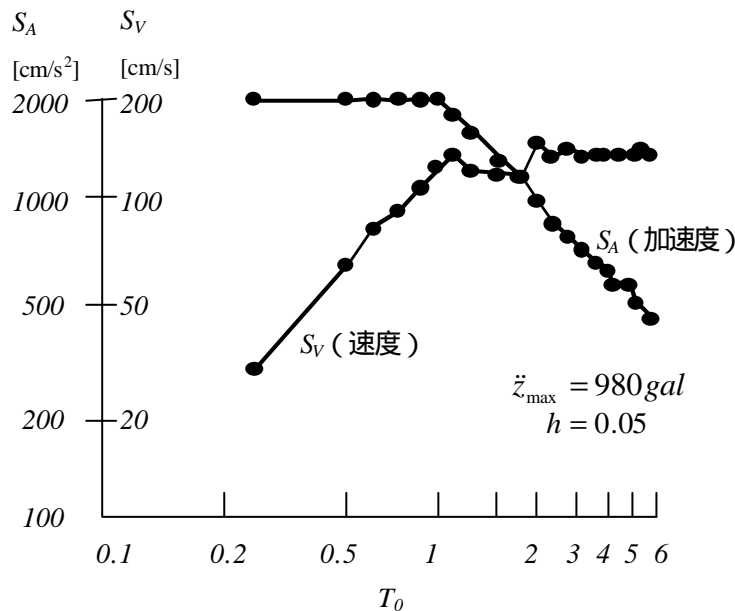


図 3-3 人工地震波のスペクトル (平均)

(d) M.J.N. Priestly, F. Seidle, G.M. Calvi; "SEISMIC DESIGN AND RETOROFIT OF BRIDGES" 13)

前述この著書の中では以下の式が記述されている。

$$R = 1 + 0.67(m-1) \frac{T}{T_m} \quad (38)$$

前述の (a) の著書で提案した(式(3-4))を改良したものであり、地震動の動特性(スペクトルピークの周期 T_m)と構造物の動特性(弾性周期 T)との比を用いている。

ここで、 $m=2$ の場合を考えると、 $T/T_m=0.5$ のとき $R=1.34$ 、 $T/T_m=1.5$ のとき $R=2.01$ となる。一方、エネルギー一定則からは $R=1.73$ 、変位一定則からは $R=2$ であり、荷重低減係数の評価において概ね以下のような傾向となる。

短周期側 : $T/T_m < 1$ ではエネルギー一定則以上の評価

長周期側 : $T/T_m > 1$ では変位一定則と同程度の評価

ただし、実際の設計に際しては変位一定則以上の荷重低減係数を期待しないように、 R m を課している。

4. 非線形解析との比較と一般式の提案

(1) 荷重低減係数による非線形応答変位の比較

解析対象構造物として P92 橋脚, P297 橋脚の 2 種類を用い Dynamic Push-over Analysis (減衰定数 5%) を実施し, その弾塑性応答 d_{resp} または応答塑性率 m_{resp} を求めた. 荷重低減係数 R の値を示すには弾性応答せん断力 Q_E の値が別途必要であるが, これは降伏時の割線剛性から得られる周期 T_y による弾性応答とした. Q_y にはそれぞれの橋脚の降伏耐力 P_y を用いた. (詳細は Appendix に示した.)

4 波 8 成分に対する各入力地震動における最大応答塑性率 m_{resp} を求め, R と $m(m_{resp})$ の関係を図 4-1 に示した.

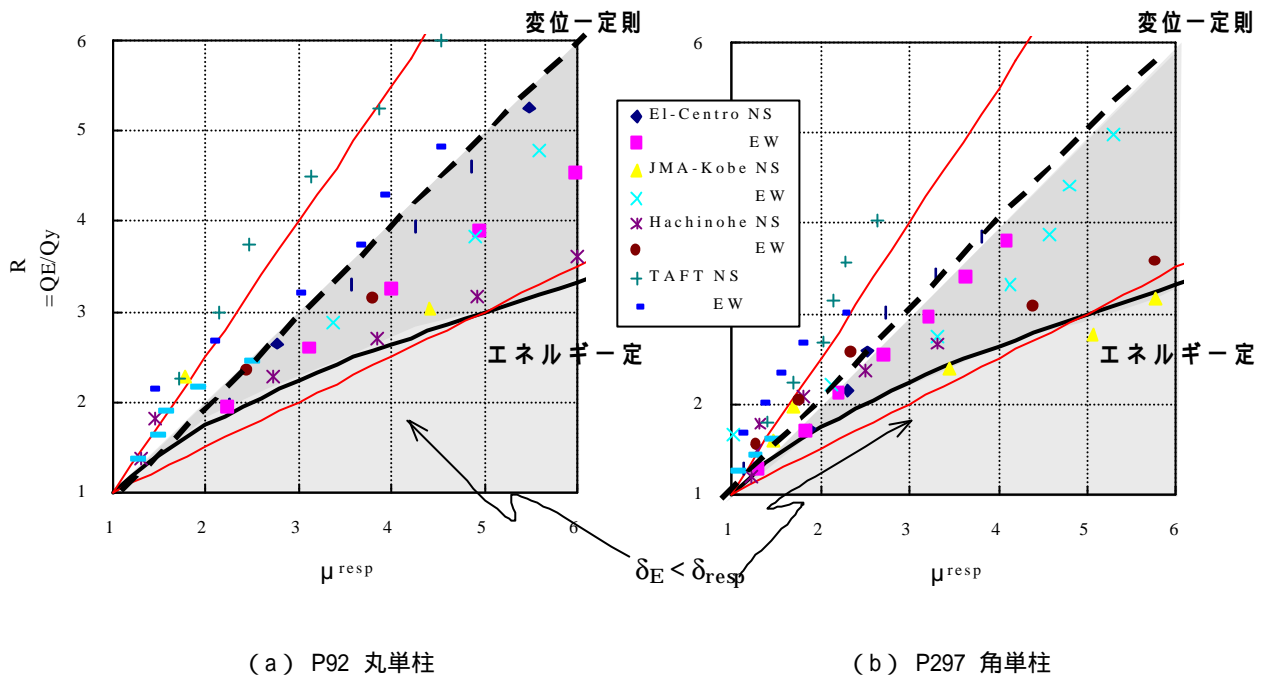


図 4-1 荷重低減係数 R と応答塑性率 m の関係

図中の太い実線がエネルギー一定則を示し, 太い破線が変位一定則を示している. 非線形動的応答解析の応答値は概ね, エネルギー一定則と変位一定則の間 (濃く塗りつぶした領域) に散在する (変位一定則よりも大きな Reduction 効果が得られるような場合も 2 例ある). 弾性の最大応答変位より非線形型の最大応答変位の方が若干大きい ($d_E < d_{resp}$) ことを意味するもので, 多くの地震動でそのような傾向が認められる.

簡易的な解析 (または設計) では変位一定則よりエネルギー一定則が多く用いられているが, エネルギー一定則による推定には多くの地震において安全側の設計値を与えることもわかる.

橋脚のタイプによって分布が大きく異なっており, 地震動だけでなく, 対象構造物の動的特性にも影響を受けることが分かる.

(2) 荷重低減係数に関する一般式の提案

多くの応答変位がエネルギー一定則と変位一定則の間に収まることから、荷重低減係数の一般式として、以下の提案式を定義する。

$$R^* = 1 + b(m^g - 1) \tag{4-1}$$

すなわち、両一定則を一般化した b, g による 2 パラメータモデルを提案するものである。

本提案式の適用性を(図 4-2(a), (b))に示す。ここで、 \triangle のプロット群はエネルギー一定則(式(2-4))により、 \square のプロット群は変位一定則(式(2-5))による、 $R \sim m$ 関係を示したものである。提案式(4-1)において $b=1$ とした場合(式 2-4)(図 4-2(a))のように解釈することができ、一方、 $g=1$ とする場合(式 3-2b)

$$b=1 \text{ の場合} : \begin{cases} g \cong 0.7 & \text{: エネルギー一定則に近似} \\ g = 1.0 & \text{: 変位一定則に一致} \end{cases} \tag{4-2}$$

$$g=1 \text{ の場合} : \begin{cases} b = 0.5 & \text{: エネルギー一定則に近似} \\ b = 1.0 & \text{: 変位一定則に一致} \end{cases} \tag{4-3}$$

のようにあてはめることができる、すなわち、2つのパラメータ b, g を調節することで、エネルギー一定則、変位一定則の両一定則および中間領域を補完することができる。

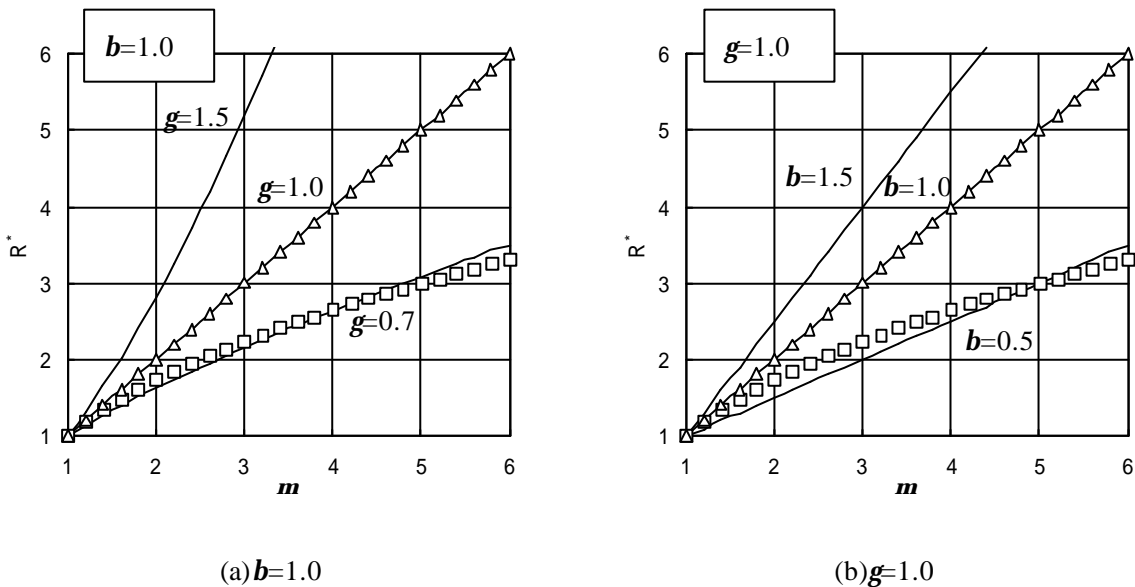


図 4-2 2パラメータ式の形状

\triangle : エネルギー一定則

\square : 変位一定則

5. 提案式の検証と考察

前述の既往の研究を模擬すると荷重低減係数について大略次のようにまとめることができる。

- 1) 構造物の動特性として弾性周期を用いている。
- 2) 地震動の特性として応答スペクトルの形状に着目し、その特性周期を抽出する。
- 3) 構造物の弾性周期と地震動の特性周期との比をパラメータとして用いている

そこで、 b 、 g の2パラメータである式(4-1)の提案式を採用し、簡単のため $g=1$ とする。

さらに、係数 b に対して周期特性 T/T_g を導入し、以下のように仮定する。

$$b = f(T, T_g, \dots) = b_0 \frac{T}{T_g} \quad (b_0\text{-定数}) \quad (51)$$

ここで、提案式の係数 b_0 については、青戸^{修論}の検討によれば、次のようなものを挙げている。

P92 橋脚(円形断面)： $b_0=0.87$

P297 橋脚(正方形断面)： $b_0=0.98$

本提案式の推定精度を検証するため4地震動8波を用いた非線形動的応答の計算結果と比較し、これを図5-1にまとめた。

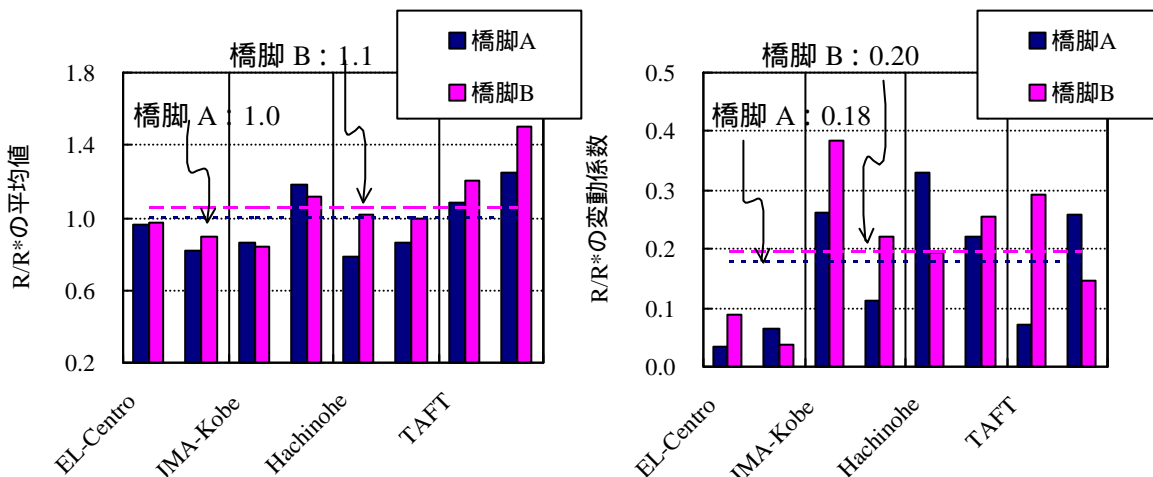


図 5-1 提案式の平均適合度とそのばらつき

ここで、非線形動的応答解析により得られた荷重低減係数を R 、本提案式から推定された荷重低減係数を R^* とし、ここでは両者の R/R^* に対する比に着目し、その平均値(左図)と変動係数(右図)をまとめた。

各地震動ごとの適合度を平均すると橋脚によって多少の差があるものの、地震動 P92 橋脚で 1.0, P297 橋脚で 1.1 となった。変動係数は地震動毎に非常に差が出やすいが、全地震動で平均すると P92 橋脚で 0.18, P297 橋脚で 0.20 程度であった。地震動の違いによる評価式のばらつきを考えると、本研究の提案式は以下のような評価を与える。

- ・平均的な荷重低減係数の値を評価できる。
- ・ばらつきは平均的に 0.2, 最大 0.4 程度。

さらに、塑性率の増加に伴い、提案式の適合度を考察した(図 5-2)。全体的な平均も、塑性率の大きさによってその適合度 R/R^* が異なる。しかし、実用的な塑性率の領域 ($m=2 \sim 4$) での適合性が非常によく、実用に十分な式であることがいえる。図中の太線は全プロットの近似式であるが、傾向として塑性率が大きい場合 R/R^* が減少し、1 以下となることがあり、危険側の評価となる。エネルギー一定則から評価した場合、その精度 R/R^{**} を図

示した(図 5-3) . 全体的に見るとエネルギー一定則は最低限度の応答を評価すると考えられ, 地震によっては
 靱性率の大きい構造物に対しては非常に安全側となることわかる .

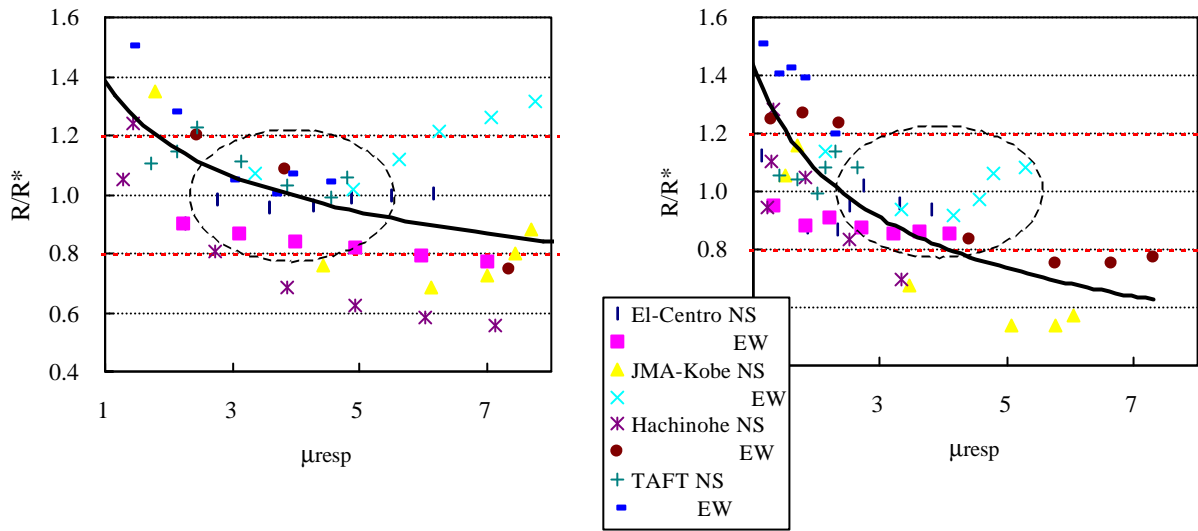


図 5-2 本提案式の適合性

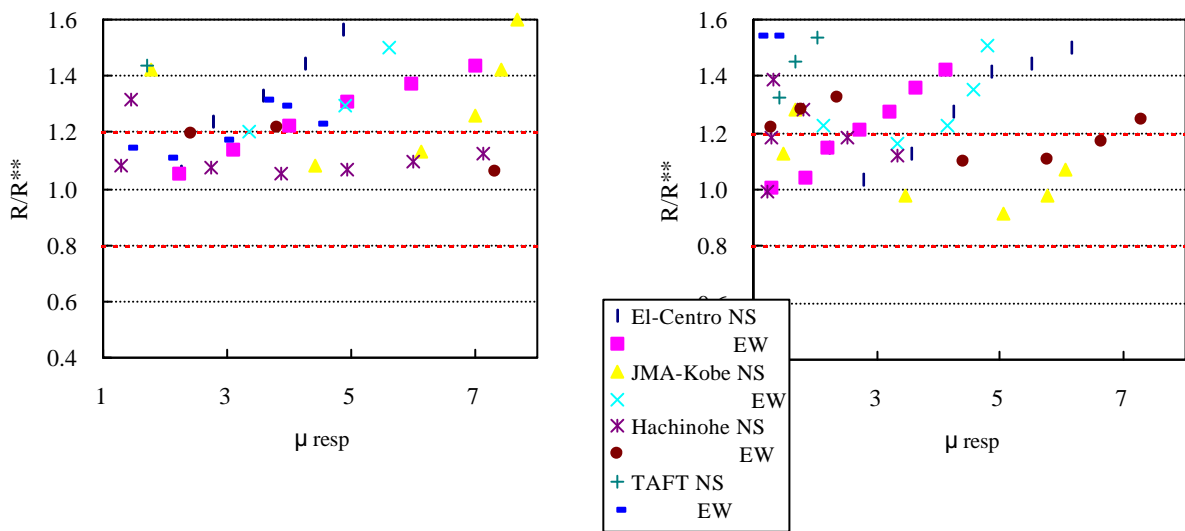


図 5-3 エネルギー一定則の適合性

ここで、表 5-1 の算出結果より T_m と T_g の関係を求めると、大略 $T_g=1.5T_m$ のような関係が成立する。

表 5-1 T_g, T_m 算定結果

	El-Centro		JMA-Kobe		Hachinohe		TAFT		平均値
	NS	EW	NS	EW	NS	EW	NS	EW	
T_g	0.60	0.60	0.65	0.80	0.55	0.85	0.40	0.55	0.63
T_m	0.60	0.50	0.30	0.40	0.30	0.35	0.40	0.35	0.40

特に P297 橋脚ではその $T_g=1.5T_m$ と式 (5-1) および b_0 を式 (4-1) に代入してみると、以下の式を得る。

$$\begin{aligned}
 R^* &= 1 + 0.98(m-1) \frac{T_y}{1.5T_m} \\
 &= 1 + 0.65(m-1) \frac{T_y}{T_m} \tag{5-2}
 \end{aligned}$$

これは、Priestly らの提案する式 (3-8) とほぼ同等の式が導出され、その結果を追認するものとなった。Priestly らの提案する式 (3-8) は、本研究の提案式 (4-1) に、式 (5-1) の b_0 を 1.0 として考えることができ、それは提案式の b_0 (P92 橋脚：0.87, P297 橋脚：0.98) の値よりも若干大きく、危険な評価を与える可能性がある。

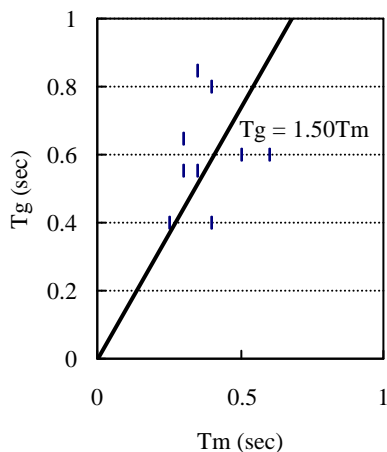


図 5-4 T_g と T_m

参考文献

- ・青戸拓起：鉄筋コンクリート構造物の地震時挙動と耐震性評価，武蔵工業大学大学院 修士学位論文，1993.3
- ・梅村，大沢，武田；新しい耐震設計講座 鉄筋コンクリート構造の耐震設計，オーム社，1984．1
- ・吉川 弘道；鉄筋コンクリートの設計 限界状態設計法と許容応力度法，1997，丸善
- ・日本道路協会：道路橋示方書・同解説 共通編・鋼橋編，1996．12
- ・日本道路協会：道路橋示方書・同解説 耐震設計編 平成2年2月，1990
- ・日本道路協会：道路橋示方書・同解説 V耐震設計編 平成8年12月，1996
- ・Veletsos,A. S. and Newmark, N. M. :Effect of Inelastic Behavior on the Response os Simple Systems to Earthquake Motions , Preceedings of 2 nd WCEE, vol.2
- ・ T. Paulay , M. J. N. Priestley ; SEISMIC DESIGN of REINFORCED CONCRETE and MASONRY BUILDINGS , Wiley-Interscience , 1992
- ・ David J . Dowrick ; Earthquake Resistant Design Second Edition , Wiley-Interscience1987 ,
- ・ M. J. N. Priestly, F. Seible, G.M.Calvi ; SEISMIC DESIGN AND RETROFIT OF BRIDGES , Wiley-Interscience ,
- ・柴田明德：最新建築学シリーズ9 最新耐震構造解析，森北出版，1981
- ・Housner, G. W. : Behavior of structures during earthquajes , ASCE , vol85 , EM-4 , pp . 109 ~ 129 , 1959