

鉄筋コンクリート単柱の靱性評価 一般化トラス理論の構築に向けて

吉川弘道・小林真樹

1. まえがき
2. RC単柱の破壊形式の考え方
3. トラス理論に関する基本諸式
4. 修正トラス理論による表示
5. 曲げ降伏後のせん断挙動

1. まえがき

鉄筋コンクリート部材の解析に際しては、曲げ解析とせん断解析が基本となり、さらには、両耐力の算定と破壊形式の判定（どちらの耐力が critical となるか）が、特に重要である。せん断力を受ける鉄筋コンクリート部材は、曲げ部材と異なる複雑な挙動を呈し、終局時は脆性的な破壊となることが知られている。このようなせん断挙動における耐荷機構をトラスモデル（トラス理論）によって合理的に説明することができ、欧米日の示方書の基本式となっている。

近年、トラス理論の修正モデルが多く提案されるとともに、橋脚部材の耐震設計にも応用され、その活用範囲が増大する一方で、いくつかの検討すべき事項がある。

本文では、これまでの 45 度トラス理論（古典的トラス理論）を再度整理するとともに、修正トラス理論、モーメントシフト、コンクリート負担分、コンクリート圧縮斜材の角度、繰返し時のせん断劣化について、整理/考察するものである。

2. RC単柱の破壊形式の考え方

(1) 破壊形式の分類と定義

地震時の大変形繰返し作用を受ける単柱形式の鉄筋コンクリート橋脚（以降 RC 単柱と呼ぶ）は、非弾性領域に及ぶ複雑な応答性状を呈する。そこで、RC 単柱を対象とした、強震時の破壊形式の分類と定義について考える。

ここでは、まず図 2.1 のような変位制御型漸増繰返し実験を想定し、その包絡線（P- 曲線）を抽出、その線上に主鉄筋降伏時の変位 y 、曲げ終局時の変位 μ を定義する（ y 、 μ の工学的な定義については、既往の考え方 [3],[13] に従うものとする）。ただし、この包絡線と y 、 μ は繰返し履歴の影響を受けないものとする。このような包絡線の設定は、Push-Over Analysis と呼ばれ、対象構造物の基本的な静力学的な特性である。

次に、せん断耐力は、主鉄筋降伏を越える大変形の繰返し作用により徐々に低下する。このようなせん断耐力の劣化曲線をせん断劣化曲線 (degrading shear capacity) と呼ぶこと呼び、図 2.1 の実例にて模式的に示した。

このとき、包絡線とせん断劣化曲線との交差関係により、つぎの 3 つの破壊形式を分類・定義する^{4), 5)} (図 2.1 の下 3 図参照)。

- A) せん断破壊 (shear failure): 主鉄筋降伏前にせん断破壊となる。
- B) 曲げせん断破壊 (shear failure after yielding): 主鉄筋降伏後にせん断破壊する (包絡線とせん断劣化曲線が交差する)。
- C) 曲げ破壊 (flexural failure): 主鉄筋降伏前後を通して、曲げ終局点 (μ) を迎えるまで、包絡線

とせん断劣化曲線は交差しない。

したがって、部材の応答塑性率 μ を $\mu = \delta / \delta_y$ のように定義すると（従って、曲げ破壊決まる部材塑性率 μ_{mu} を $\mu = \delta_{mu} / \delta_y$ のように与えられる）、上記 3 破壊形式は次式のように類別される。

A) せん断破壊： $\mu < 1$

B) 曲げせん断破壊： $1 < \mu < \mu_{mu}$

C) 曲げ破壊： $\mu = \mu_{mu}$

(2.2)

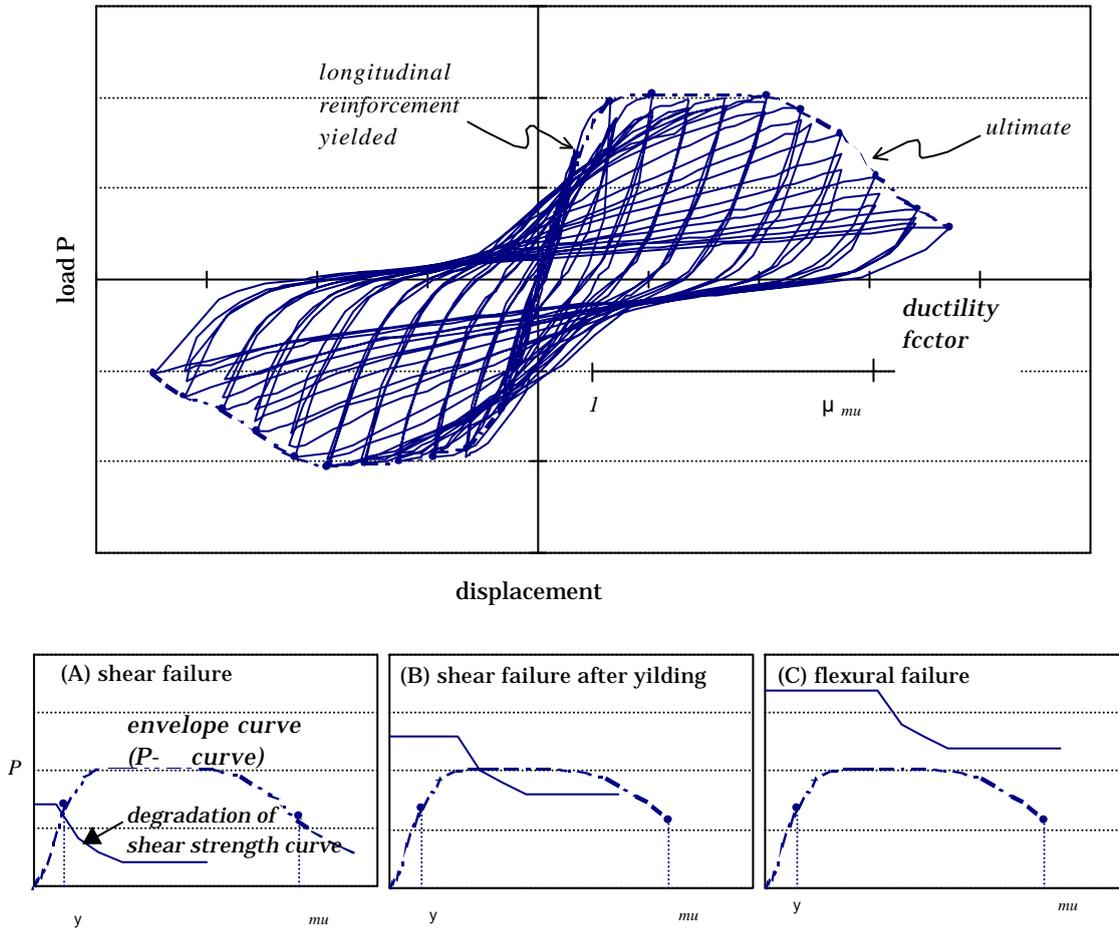


図 2.1 繰返し荷重下における P- 曲線と破壊形式の判別

3. トラス理論に関する基本式

(1) 曲げとせん断力を受ける断面の材料応力

曲げモーメント M とせん断力 V の断面力を同時に受ける断面の材料の応答応力 $\sigma_s, \sigma_{ws}, \sigma_{wc}$ を弾性理論によって算定/整理する。

軸方向筋（引張主鉄筋）の応力 σ_s ：曲げモーメント M による引張応力に、せん断力 V によるトラス形成のためのシフト量を加算して、次式のように記述する。

$$p_t \sigma_s = \frac{\frac{M}{jd} + \frac{V}{2} \cot \theta}{A_c} = \frac{V}{A_c} \left(\frac{L}{jd} + \frac{\cot \theta}{2} \right) \quad (3.1)$$

せん断補強筋の応力 s_{ws} : これは、従来からの弾性トラス近似をそのまま採用し、下式のように記述する。

$$s_{ws} = \frac{V}{\frac{A_w \cdot z}{S} \cot \mathbf{q}} \quad (3.2)$$

ここで、 $A_w z / s = A_w j d / s = p_w j d b$ を用いると、

$$s_{ws} = \frac{V}{p_w j b d \cot \mathbf{q}} = \frac{V}{A_c} \cdot \frac{\tan \mathbf{q}}{j p_w} \quad (3.3)$$

のように整理することができる（ここでは、コンクリートの有効断面 $A_c = b d$ のようにしている）。

コンクリート圧縮斜材の応力 s'_{wc} : コンクリート圧縮斜材についても、同様にトラス近似により、下式のように表す。

$$s'_{wc} = \frac{V}{b z \sin \mathbf{q} \cos \mathbf{q}} = \frac{V}{A_c} \cdot \frac{1}{j \sin \mathbf{q} \cos \mathbf{q}} \quad (3.4)$$

(2) 各材料応力の最大値（耐荷力）

このようにして求解した3つの材料応力に降伏強度もしくは圧縮強度を与えると、各材料で決まる荷重（耐荷力）を求めることができる。ただし、ここでは、 V / A_c のように強度によって表わすものとする。

軸方向筋（引張主鉄筋）の降伏耐力：ここではまず、軸方向筋（引張主鉄筋）の応力 s に対して $s = f_y$ とし、このときの荷重 V を V_ℓ 、 t_ℓ のように定義する。したがって、

$$t_\ell \equiv \frac{V_\ell}{A_c} = p_\ell f_y \left(\frac{L}{j d} + \frac{\cot \mathbf{q}}{2} \right) \quad (3.5)$$

せん断補強筋の降伏耐力：せん断補強筋の場合、 $s_{ws} = f_{wy}$ とし、このときの荷重 V を V_s のように記述する。したがって、

$$t_s \equiv \frac{V_s}{A_c} = j p_w f_{wy} \cot \mathbf{q} \quad (3.6)$$

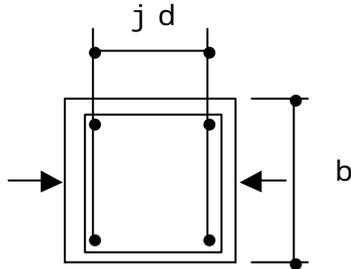
コンクリート圧縮斜材の圧壊耐力：応力 s'_{wc} に対して、圧縮強度を f'_{wc} 与え、このときの荷重 V を V_{wc} 、 t_{wc} のようにする。すなわち、

$$t_{wc} \equiv \frac{V_{wc}}{A_c} = j f'_{wc} \sin \mathbf{q} \cos \mathbf{q} \quad (3.7)$$

・基本諸式のまとめ

以上までの，トラス理論に関する諸式をまとめ，表 3.1 に一覧化した．

表 3.1 トラス機構に関する基本式

	水平荷重 V 作用下の応力 (working stress:elastic solution)	降伏時 / 圧壊時の水平荷重 (shear force at yielding / collapse)	
主鉄筋	$s_s = \frac{V}{A_c} \left(\frac{1}{jp} \cdot \frac{L}{d} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\cot q}{p} \right)$	$s_s \rightarrow f_y : V \rightarrow V_\ell$ $\frac{V_\ell}{A_c} = \frac{pf_y}{\left(\frac{L}{jd} + \frac{\cot q}{2} \right)}$	$\frac{V_\ell}{A_c f_c} = y \left(\frac{L}{jd} + \frac{\cot q}{2} \right)^{-1}$
せん断補強筋 (帯鉄筋)	$s_{ws} = \frac{V}{A_c} \cdot \frac{\tan q}{jp_w}$	$s_{ws} \rightarrow f_{wy} : V \rightarrow V_s$ $\frac{V_s}{A_c} = jp_w f_{wy} \cot q$	$\frac{V_s}{A_c f_c} = jy_w \cot q$
コンクリート 斜め圧縮材	$s'_{ws} = \frac{V}{A_c} \cdot \frac{2}{j \sin 2q} = \frac{V}{A_c} \cdot \frac{1}{j \sin q \cos q}$	$s'_{ws} \rightarrow f'_c : V \rightarrow V_{wc}$ $\frac{V_{wc}}{A_c} = j f'_c \sin q \cos q$	$\frac{V_{wc}}{A_c f_c} = j n \sin q \cos q$
備考	 <p>せん断有効面積：$A_{ej} = j b d$</p>		

4．修正トラス理論による表示

(1) 古典トラス理論

以上までの議論は，せん断応力とせん断耐力の算定に関する古典トラス理論と呼ぶことができ，近年いくつかの修正を加えられている．本論では，コンクリートの寄与分の加算とコンクリートの圧縮斜材の角度の減少を考慮するもので，これを修正トラス理論と呼ぶことにする．

これは，せん断抵抗力 V またはせん断耐力 V_u を，トラス理論によって与えられるせん断補強筋成分 V_s とコンクリートの寄与分 V_c の合算によって表わすものである．すなわち，次のように表示するものとする．

$$V_u = V_s + V_c \quad , \quad u = s + c \quad (4.1)$$

ここで，せん断耐力 V_u とせん断強度 ϕ_v は， $\phi_v = V_u / A_c$ のような関係付けられることを再記する．

(2) せん断劣化を考慮した修正トラス理論

このような変動するせん断耐力を，

$$\text{初期せん断耐力} : V_{u0} \quad (4.2-a)$$

$$\text{繰り返しに伴う劣化せん断耐力} : V_{uk} \quad (4.2-b)$$

のように 2 つの耐力に分け記す．これを修正トラス理論の立場からは，以下に解釈することができる．

初期せん断耐力: $V_{u0} = V_s + V_{c0}$, $u_0 = u_s + u_{c0}$ (4.3-a)

繰返しに伴う劣化せん断耐力: $V_{uk} = V_s + V_{ck}$, $u_{uk} = u_s + u_{ck}$ (4.3-b)

すなわち、繰返し変形に伴うせん断耐力の低下はコンクリート寄与分 V_c の劣化に起因するものと考え、初期値を V_{c0} 、劣化後の耐力を V_{ck} ($< V_{c0}$) と表記する。このような V_c の低下については、これまでたびたび指摘されており、いくつかの実験式を提案するに至っている^{6), 13)}。

(3) 圧縮ストラットの回転

一方、圧縮ストラットの角度が荷重中に変動することが知られ、せん断補強筋による成分 V_s の算出に際しては注意を要する。これは、純せん断状態では $\theta = 45^\circ$ となるが、正負の大変形繰返しにより、徐々に減少することが認められている。従って、 $\theta = 45^\circ$ の仮定は非現実な値であり、いくつかの算定法が提案されている。

(4) 図化による修正トラス理論による説明

以上のような2点を検討事項とし、修正トラス理論を図4.1のように模式的に図示した。

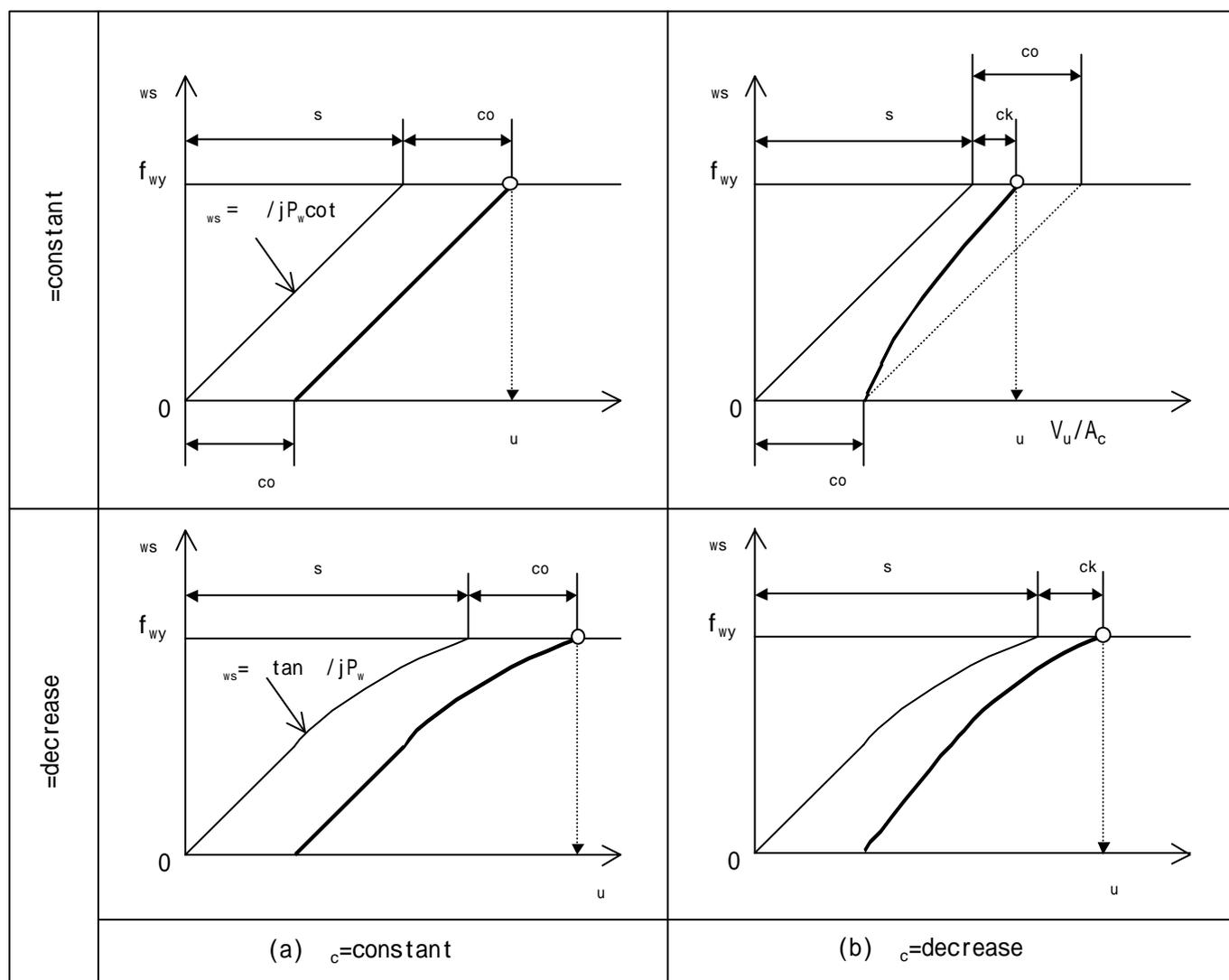


図 4.1 せん断補筋の応力 w_s の履歴とせん断耐力 u

これらはいずれも横軸を載荷せん断力 V/A_c , 縦軸をせん断補強筋応力 s_{ws} するもので $s_{ws} = f_{wy}$ にて終局耐力 u となる .

これら 4 図は , 左列 : $V_c = \text{一定}$, 右列 : $V_c = \text{減少}$ および上図 : $\theta = \text{一定}$, 下図 : $\theta = \text{減少}$ となる 2×2 マトリックス表示となっている . このうち , 左上図が $\theta = 45^\circ$, $V_c = \text{一定}$ とするこれまでの古典トラス理論であり , 右下図が V_c の減少 (コンクリート寄与分) と θ の減少 (圧縮ストラットの回転) を考慮したものである .

5 . 曲げ降伏後のせん断挙動

以上までに整理した 3 つの耐荷力 V_ℓ , V_{ws} , V_{wc} (または , s_ℓ , s_{ws} , s_{wc}) はお互いに独立して算定され , 相互の影響は勘案されない . 耐震設計上問題となるのは , 曲げ降伏 (引張鉄筋の降伏) を経験した後のせん断破壊 (以降 , 曲げ降伏後のせん断破壊と呼ぶ) である .

そこで , これを図 5.1 を用いて考察するとともに , これまでの算定結果を修正したい . 図 5.1 は , 上から (a) 引張鉄筋の応力 s_s , (b) せん断補強筋の応力 s_{ws} , (c) 柱頭の変位 δ , をいずれも載荷せん断荷重 V/A_c を横軸として描いたものである .

ここでは , 主鉄筋降伏以降における変形過程と各断面力 M, V をつぎのように考える .

まず , 荷重初期には , $s - s_{ws}$ 関係は線形弾性として挙動し , 引張主鉄筋 s_s , せん断補強筋 s_{ws} とも応力はほとんど負担しない .

その後 , 曲げひび割れの発生により s_s が増加し , せん断ひび割れの発生により , s_{ws} が呼応する .

一般に , $s - s_{ws}$ 関係は引張硬化 (tension stiffening) の影響を受けながら , 全引張負担 式 (3.1) に漸近する . 一方 , $s - s_s$ 関係は前述のとおり , コンクリート寄与分 s_{ck} と圧縮ストラット角度 θ の変化を勘案する必要がある . やがて , トラスの 3 部材 (下弦材 = 引張主鉄筋 , 垂直材 = せん断補強筋 , 斜材 = 圧縮ストラット) のいずれかが破壊し , 終局状態を迎える .

曲げモーメントに対しては , 降伏モーメント M_y から終局モーメント M_u まで , 若干の耐力増がある . また , $V \sim s_{ws}$ 関係 (全体の变形性能) は , せん断破壊しない限り , トラス機構の変化の影響を受けないものとする .

一方 , せん断力に対するメカニズムとして , トラスの下弦材 (主鉄筋) の降伏により , 弾性トラス機構が崩れ弾塑性トラスとなる . 他の 2 材 (垂直材 : せん断補強筋 , 斜材 : コンクリート斜め圧縮材) の破壊がない限り , 抵抗力は保持されるものとする . これは , 鉄筋が完全弾塑性材料であること , 斜め圧縮材の角度 θ の件による V_s の若干の増加によるものと推察できる .

このように , せん断補強筋が未降伏の状態 ($s_{ws} < f_{wy}$) で軸方向筋 (引張主鉄筋) が引張降伏に至る ($s_s < f_y$) 場合 , せん断補強筋の応力 s_{ws} を s_{ws}^* のように記す . これは ,

$$s_{ws}^* = \frac{V_\ell \cdot \tan \theta}{A_c \cdot j p_w} < f_{wy} \quad (5.1)$$

のように記述でき , 式 (3.5) で与えられる V_ℓ / A_c を代入すると次式が得られる .

$$s_{ws}^* = \frac{p f_y \tan \theta}{j p_w \left(\frac{L}{j d} + \frac{\cot \theta}{2} \right)} \quad (5.2)$$

従って , V_{ws} の算定に際しては , 材料応力として , f_{wy} の代わりに s_{ws}^* を用いるものとする . このときのせん断補強筋の耐力を V_s^* , s_s^* のように記す . すなわち , 式 (3.6) の代わりに

$$V_s^* \equiv \frac{V_s^*}{A_c} = j p_w s_{ws}^* \cot \theta \quad (5.3)$$

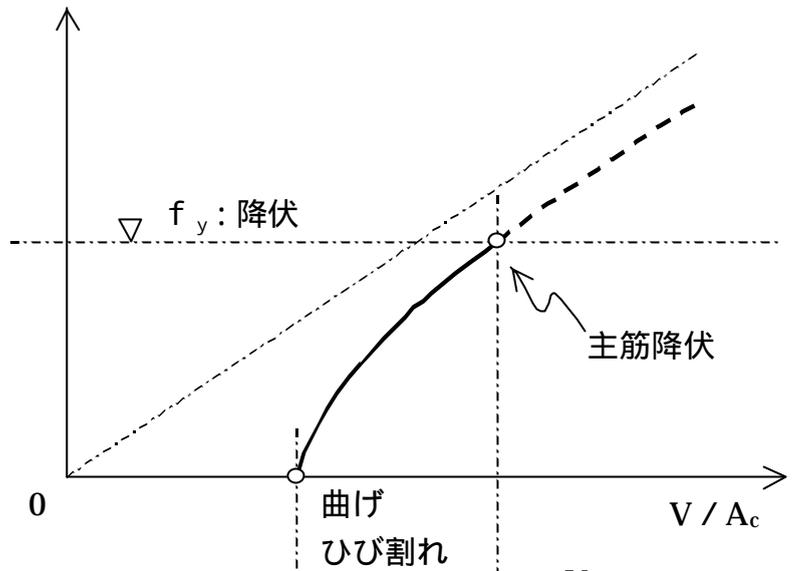
のように修正するものとする（すなわち，曲げ降伏後のせん断補強筋を上添字*にて，表記するものである）．
 従って，前述のとおり主筋降伏以降は，斜め圧縮材の角度 θ の変化により，トラス機構が終末時の最後の抵抗を行なうものと推考する．

すなわち，劣化せん断耐力を 式(4.3-b)の代わりに

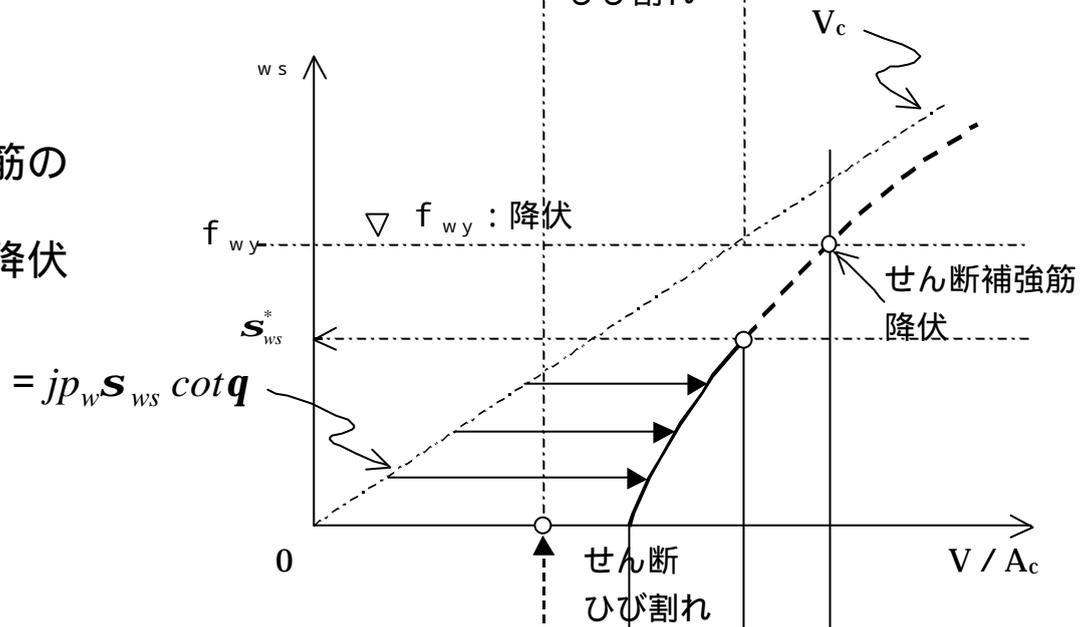
$$u_k = V_s^* + c_k$$

のように考えるものである．このような終末時の複雑な挙動は，図 5.1 上にて表すことは難しく，割愛している．最終的には，繰返し大変形過程における斜め圧縮材の角度 θ とコンクリート寄与分 c_k の適確な予測が重要となる．

引張主鉄筋の
応答応力と降伏



せん断補強筋の
応答応力と降伏



柱部材の ~ 関係

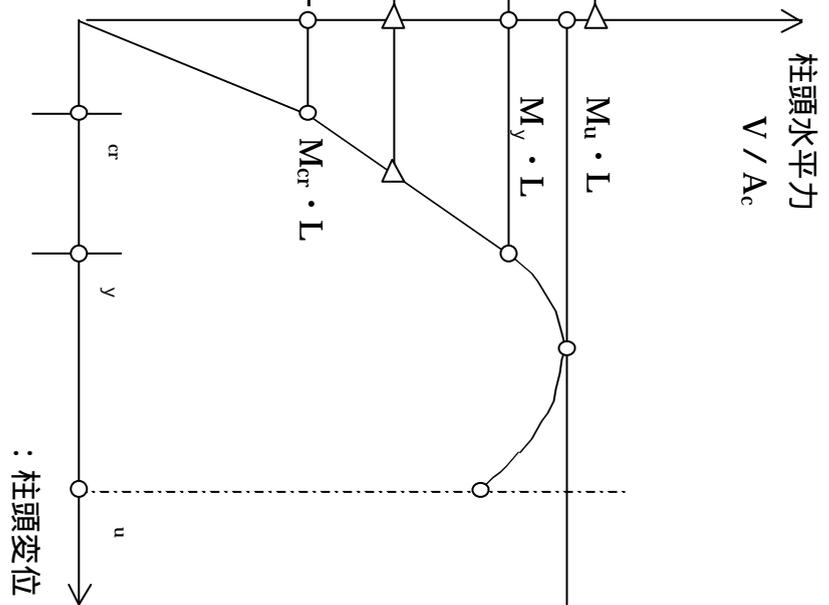


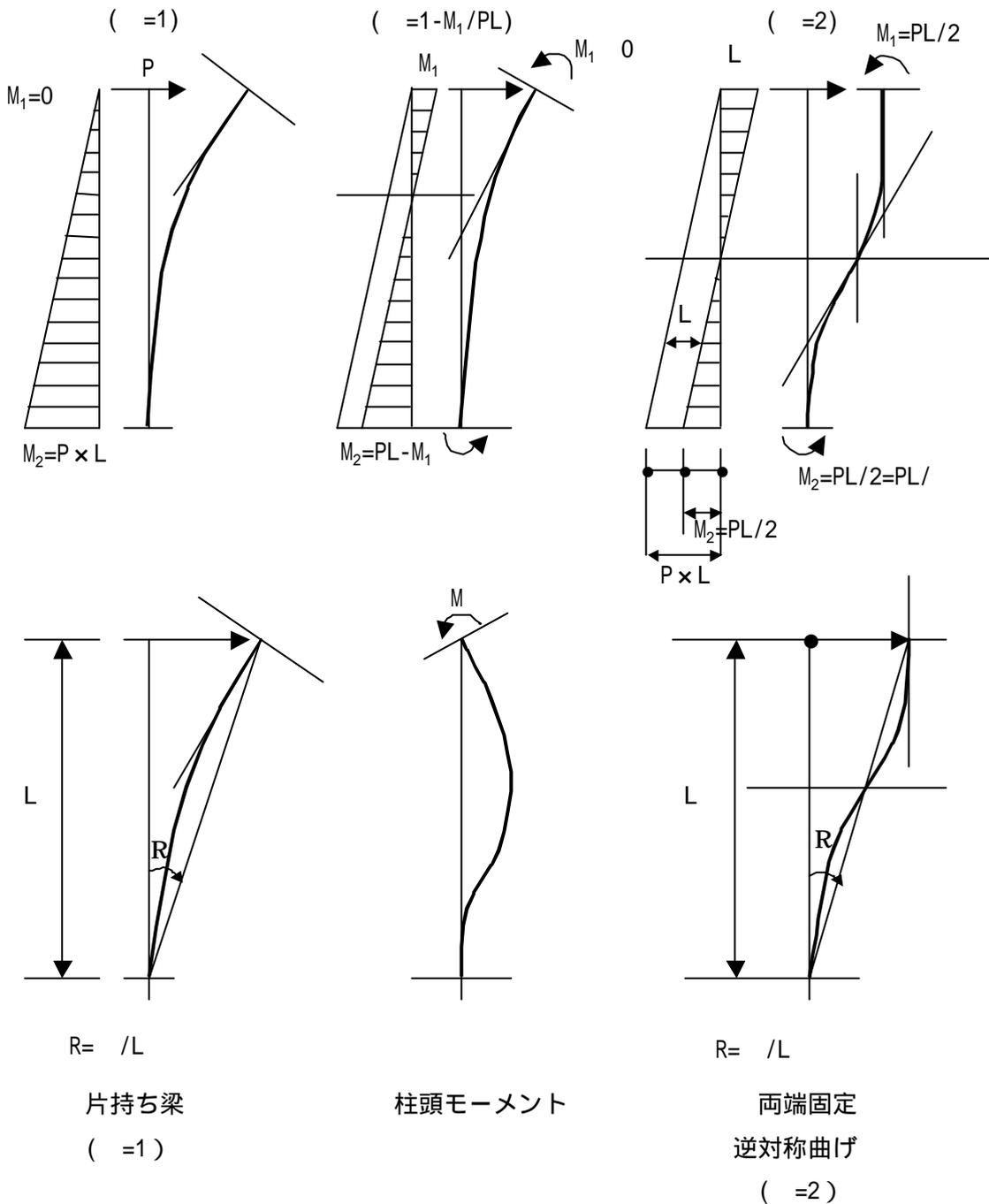
図 5.1 曲げ降伏後のせん断破壊に関する力学挙動

付録：柱部材の変形と断面力分布

対象構造物の危険断面に作用する，曲げモーメントMとせん断力Vとの関係を $M = \alpha VL$ により記述すると，支持条件に関する係数 α により，

片持ち形式の柱： $\alpha = 1$ ，両端固定柱： $\alpha = 2$ ，柱頭モーメントがある場合： $\alpha = 1 - M_1/PL$ 2

のように，単柱形式の柱部材を一般化できる．



付図 - 1 単柱部材の曲げモーメント分布