

RC 単柱橋脚に適用する等価線形化法の一考察

武蔵工業大学 コンクリート研究室

近藤 由樹, 吉川 弘道

Key Words

RC 丸単柱橋脚, 等価線形化法, 等価減衰定数, 等価剛性

1. はじめに

対象とする RC 丸単柱橋脚の地震時における非線形応答を 1 自由度系に近似できるような場合, その非線形応答を簡易的な方法によって推定する方法が, 多くの耐震設計基準で採用されている。例えば, 応答スペクトル法, 荷重低減係数法, 等価線形化法等が挙げられる。これらの方法は, 何れも非線形動的応答解析が困難であるという理由から, 非線形動的応答解析を代替する簡易法として位置付けられてきた。特に, 等価線形化法は他の簡易法よりもその応用性が広くこれまで多く用いられている。

そこで本論では, 等価線形化法の整理をするとともに等価剛性, 等価粘性減衰定数の決定法の検討を行い, 非線形動的応答解析による結果との比較検討を行っていく。

2. 1 質点 1 自由度系の応答

質量 m , 剛性 k を持つ 1 質点 1 自由度系で表わされる線形構造系に地震動加速度 \ddot{x}_e が作用した場合の運動方程式は次式で表わされる。

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -m\ddot{x}_e \quad (2.1)$$

ここで, 減衰定数: $h = \frac{c}{2\sqrt{mk}}$, 固有円振動数: $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ とすると, 次式になる。

$$\ddot{x} + 2h\omega_0\dot{x} + \omega_0^2 x = -\ddot{x}_e \quad (2.2)$$

次に, 同じ条件で非線形の復元力特性を有する場合を考えると, 運動方程式は次式のようになる。

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + Q(x) = -m\ddot{x}_e \quad (2.3)$$

ここで, $Q(x)$ は復元力であり, 変位 x の関数で表わされる。さらに両辺を m で除すと, 次式を得る。

$$\ddot{x} + 2h\omega_0\dot{x} + \frac{Q(x)}{m} = -\ddot{x}_e \quad (2.4)$$

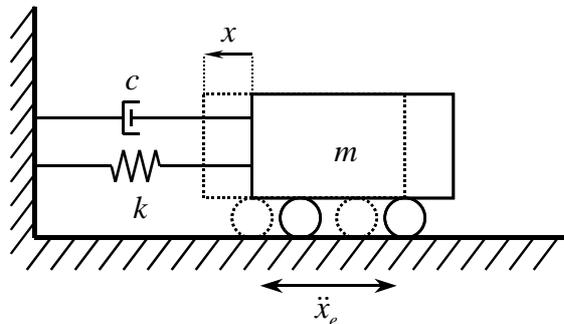


図 2-1 1 質点 1 自由度系の応答

3. 非線形動的応答解析

本論では、解析対象を高速道路のRC丸単柱橋脚とし、水平方向1自由度系の1質点モデルを用い(図3-1)、曲げ変形のみを考慮した梁要素を与え解析を行った。また、入力地震動としては、道路橋示方書・同解説 耐震設計編に規定される標準加速度応答スペクトルに近い特性を有するように、表3-2に示す既往の強震記録を振動数領域で振幅調整した波形(時刻歴応答解析用標準波形)を用いた。

非線形動的応答解析を行うにあたり、諸条件は表3-1の値を用いている。

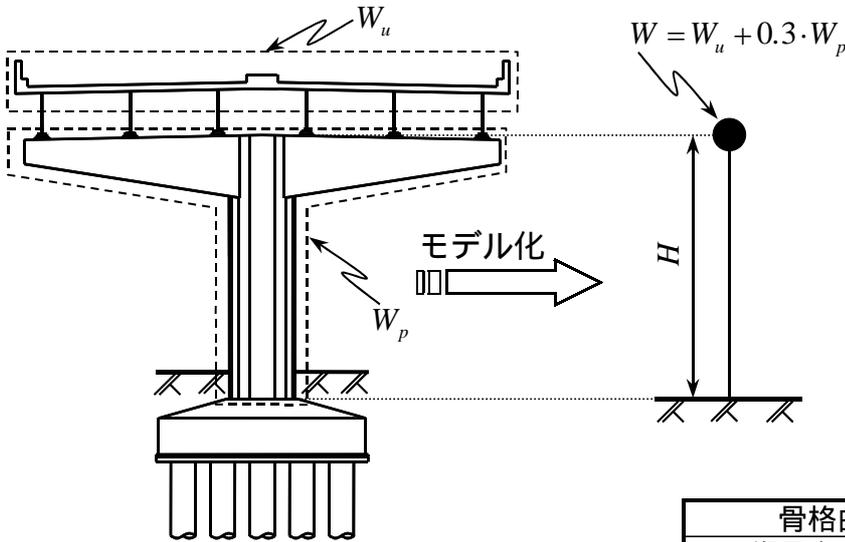


図 3-1 解析モデル

表 3-1 諸条件

骨格曲線	Trilinear型
復元力モデル	武田モデル
減衰定数	0.05
除荷時剛性低下指数	0.4
計算法	Newmark-β法 (β=1/4)
積分時間間隔	0.001 (sec)

表 3-2 強震記録

(a) Type1 地震動

地盤種別	ファイル名	地震名	マグニチュード	震央距離 (Km)	記録場所	成分	最大加速度 (Gal)
種地盤	T1- -1	1978年宮城県沖地震	7.4	80	開北橋周辺地盤上	LG	318.839
	T1- -2					TR	319.891
	T1- -3					1993年北海道南西沖地震	7.8
種地盤	T1- -1	1968年日向灘沖地震	7.5	100	板島橋周辺地盤上	LG	362.617
	T1- -2					TR	384.925
	T1- -3					1994年北海道東方沖地震	8.1
種地盤	T1- -1	1983年日本海中部地震	7.7	110	津軽大橋周辺地盤上	TR	433.372
	T1- -2					LG	424.006
	T1- -3					1994年北海道東方沖地震	8.1

(b) Type2 地震動

地盤種別	ファイル名	地震名	マグニチュード	震央距離 (km)	記録場所	成分	最大加速度 (Gal)		
種地盤	T2- -1	1995年兵庫県南部地震	7.2	47	気象庁神戸海洋気象台地盤上	NS	812.020		
	T2- -2					EW	765.884		
	T2- -3					阪高 猪名川架橋予定地点地盤上	NS	780.046	
種地盤	T2- -1				JR鷹取駅構内地盤上	11	大阪ガス 葺合供給所構内地盤上	NS	686.831
	T2- -2							EW	672.639
	T2- -3							N30W	736.334
種地盤	T2- -1				阪高 東神戸大橋周辺地盤上	30	ポートアイランド地盤上	N12W	591.034
	T2- -2							NS	557.427
	T2- -3							EW	619.186

時刻歴応答解析用標準波形(全 18 波形)の地盤最大加速度(Peak Ground Acceleration 以下 P.G.A.)を 200~1200Gal の間で調整し、非線形動的応答解析を行った。その結果を横軸に P.G.A.、縦軸に最大応答塑性率 μ_{resp} で整理した(図 3-2)。

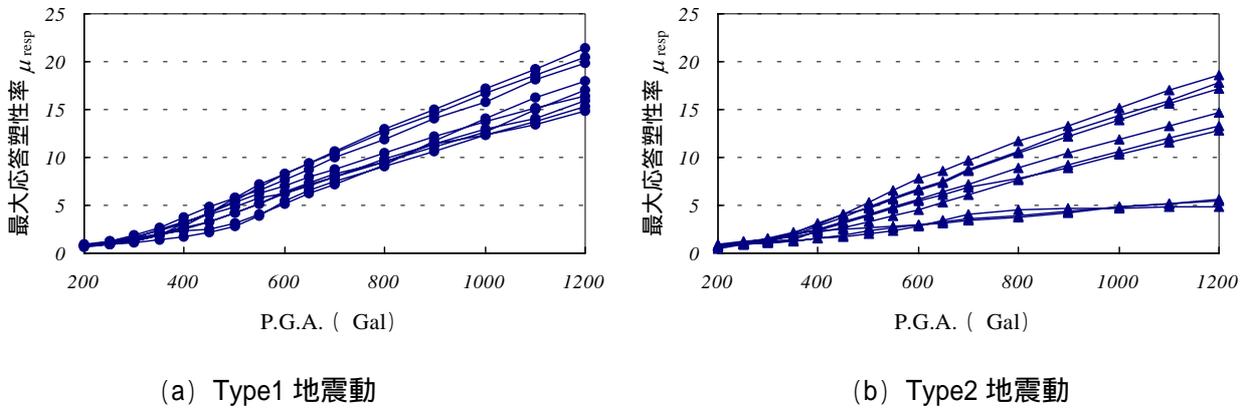


図 3-2 非線形動的応答解析結果

4. 等価線形化法

4.1 等価線形化法による応答値の推定

等価線形化法とは地震動に対する弾塑性応答を、剛性の低下と減衰の増大を考慮した等価線形系の地震応答で近似的に表そうという考え方である。すなわち、式(2.4)で表わされているものを、剛性 k と減衰定数 h の調整を行って式(2.2)で表わすということである。ここでは最も一般的な方法である、最大変位点剛性を用い等価剛性と等価減衰定数を決定し、1 質点 1 自由度系の線形動的応答解析を行うことによって弾塑性応答値を推定する方法について説明する。

まず、与えられた構造物を 1 質点 1 自由度系にモデル化を行い、その骨格曲線における、等価剛性と等価減衰定数を変形あるいは塑性率の関数として定める。

$$k_{eq} = k(\mu) \quad k_y \tag{4.1}$$

$$h_{eq} = h(\mu) \quad 0 \tag{4.2}$$

$$\mu = \frac{\delta_{resp}}{\delta_y} \quad 1 \tag{4.3}$$

ここで、最大応答変位(δ_0)あるいは最大応答塑性率を第一近似として仮定することによって等価剛性(k_{eq1})と等価減衰定数(h_{eq1})が決定する。(本論では、降伏変位(δ_y)を初期値として仮定している。)

次にその等価剛性(k_{eq1})と等価減衰定数(h_{eq1})を用い、式(2.2)で線形動的応答解析を行うことによって最大応答変位(δ_1)を求める。これが仮定値と一致しないとき($\delta_0 \neq \delta_1$)には、得られた値を新しい仮定値(δ_1)とし計算を繰り返す。

この繰り返し計算による収束値(δ_n)が、与えられた骨格曲線における弾塑性最大応答値の近似値となる。

以上の計算過程から分かるように、等価線形化法による弾塑性応答値の推定精度は、等価線形化モデル、つまり等価剛性 k_{eq} と等価減衰定数 h_{eq} の決定法に依存するといえる。

また、最大変位点剛性を用いるのではなく、70%程度の有効変位を用いて等価剛性および等価減衰定数を決定すると、弾塑性応答値とよく近似すると言われている。

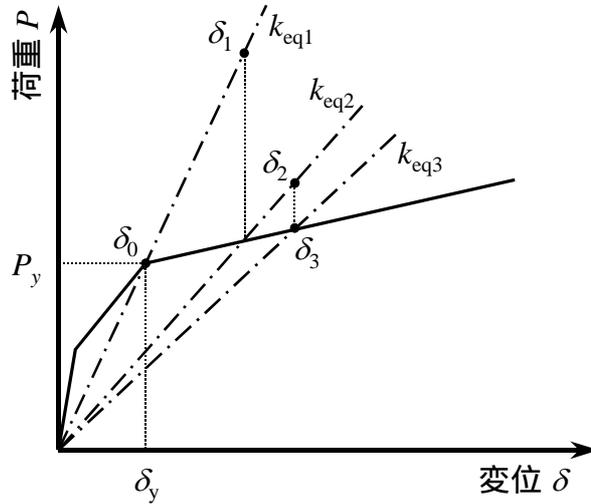


図 4-1 等価線形化法

4.2 等価剛性

等価剛性とは 1 自由度系を等価線形系に置換えたときの剛性であり、最大応答変位と原点を結んだ割線剛性のことをいい、幾何学的な関係から算出される。

$$k_{eq} = \frac{k_y}{\mu} \{1 + \gamma(\mu - 1)\} \quad (4.4)$$

$$T_{eq} = \frac{2\pi}{\omega_{eq}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_{eq}}} \quad (4.5)$$

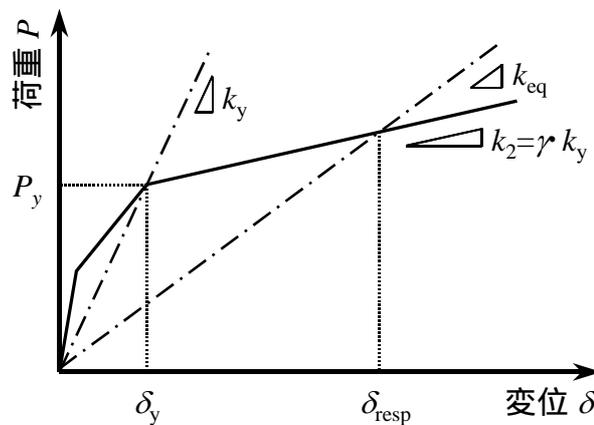


図 4-2 P - δ 関係と等価剛性

4.3 等価減衰定数

等価減衰定数とは、復元力モデルの履歴エネルギー消費能を表す指標であり、各モデルにおいて定常共振振動状態を想定し、その際の履歴エネルギー消費能と等量のエネルギー消費をする等価線形弾性系の減衰定数 h_{eq} のことであり、次式で定義される。

$$h_{eq} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\Delta W}{W} \tag{4.6}$$

各モデルの等価減衰定数と特徴を表 4-1 に示す。

表 4-1 等価減衰定数

復元力モデル	等価減衰定数	特徴
Bilinear モデル	$h_{eq} = \frac{2(1-\beta)\{\mu - \mu^\alpha(1-\beta + \mu\beta)\}}{\pi\mu(1-\beta + \mu\beta)(1-\beta\mu^\alpha)}$	骨格曲線と 塑性率によって決まる
Trilinear モデル	$h_{eq} = \frac{2}{\pi} \left(1 - \frac{k_y}{k_c}\right) \frac{P_c}{P_y}$	塑性率に関係なく 骨格曲線によってのみ決まる
武田モデル	$h_{eq} = \frac{1}{\pi} \left\{ 1 - \frac{1 + (\delta_c / \delta_y)}{1 + (P_c / P_y)} \mu^\alpha \frac{1 - \beta + \beta\mu}{\mu} \right\}$	骨格曲線と 塑性率によって決まる
柴田モデル	$h_{eq} = \alpha \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\mu}}\right) + h_0$	柴田 明德が弾塑性系の応答波形に対して計算した結果

P_c : ひび割れ点荷重

δ_c : ひび割れ変位

β : 初期剛性に対する降伏後剛性の比

P_y : 降伏点荷重

δ_y : 降伏変位

γ : 降伏剛性に対する降伏後剛性の比

α : 除荷時剛性低下指数

h_0 : 初期減衰定数 (0.05)

μ : 塑性率

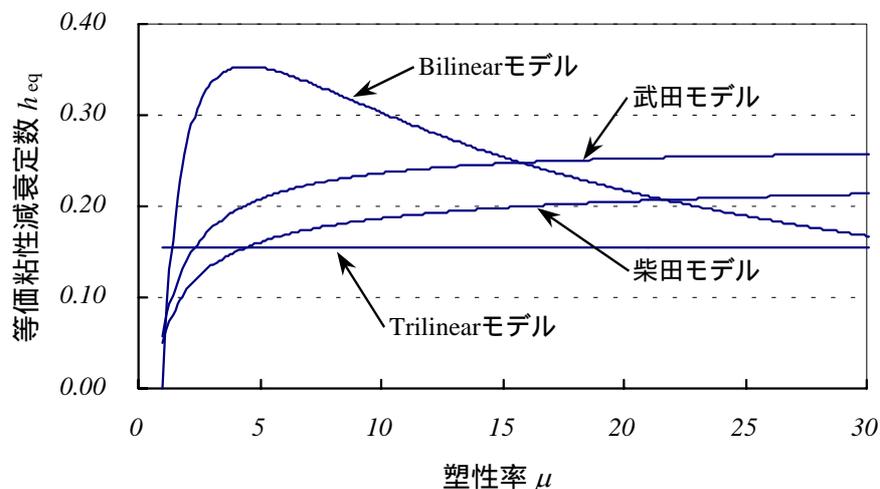


図 4-3 等価減衰定数

5. 非線形解による等価減衰定数

式(2.2)を用い線形動的応答解析によって、非線形動的応答解析結果と等しい値を得るために非線形動的応答解析結果(非線形解)と、線形動的応答解析結果(等価線形解)が等しくなるまで減衰定数の調整を行った(図5-1)。非線形動的応答解析から得られる最大応答塑性率を μ_{resp} とすると等価剛性は次式から得られる。算出された、等価減衰定数 h_{μ} と既往の数式から算出した等価減衰定数 h_{eq} と比較を行った(図5-2)。

$$k_{eq} = \frac{k_y}{\mu_{resp}} \{1 + \gamma(\mu_{resp} - 1)\} \tag{5.1}$$

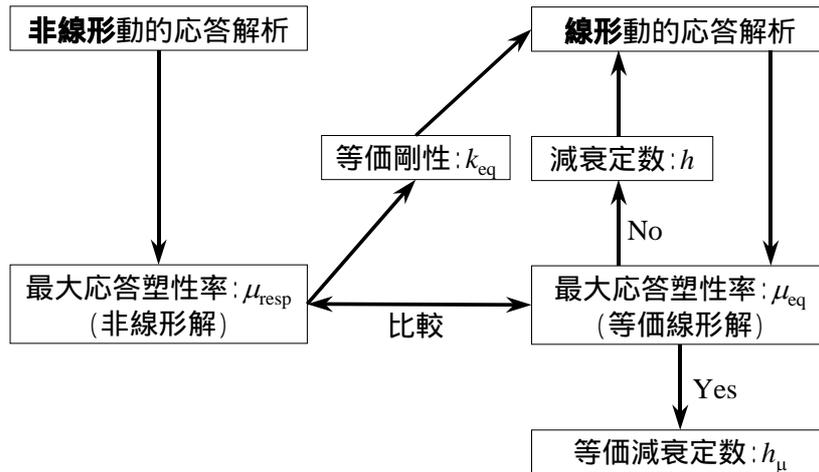


図 5-1 フローチャート

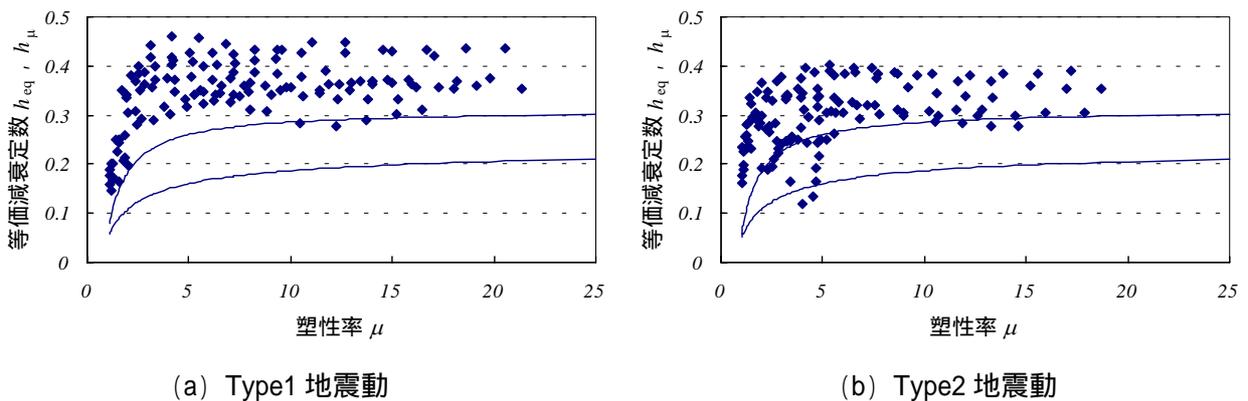
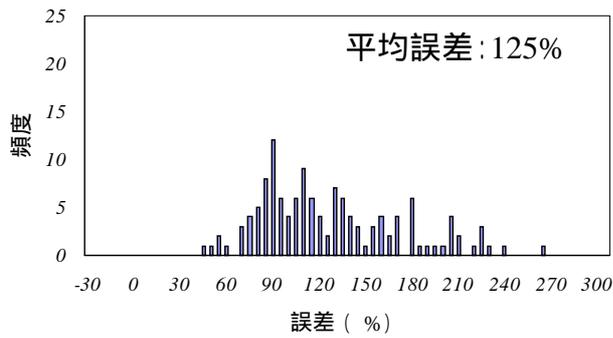
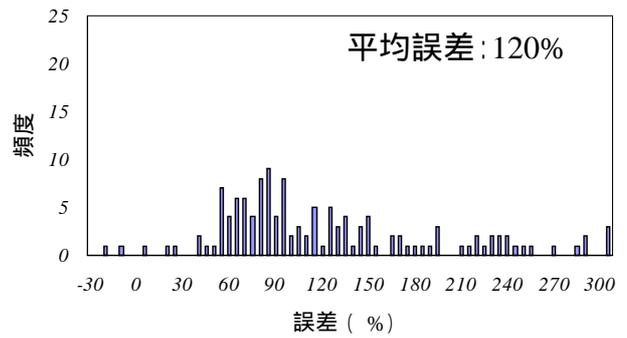


図 5-2 等価減衰定数

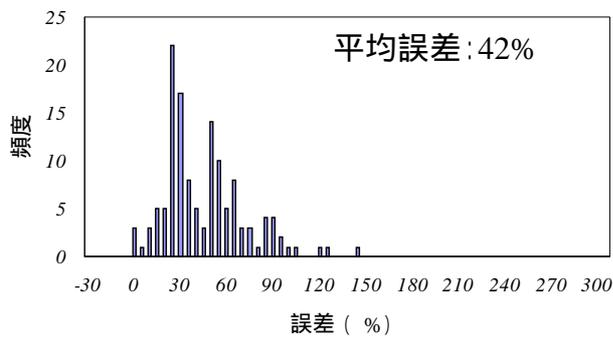


(a) Type1 地震動

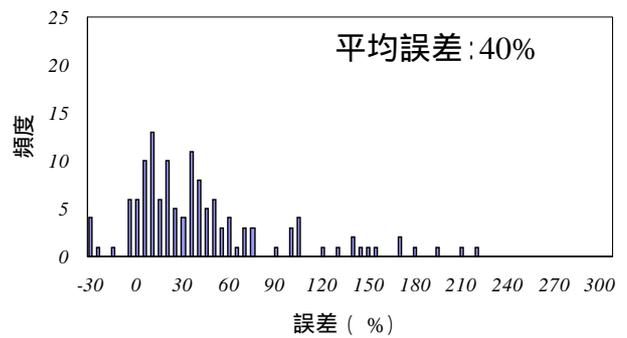


(b) Type2 地震動

図 5-3 既往の数式(柴田)からの誤差



(a) Type1 地震動



(b) Type2 地震動

図 5-4 既往の数式(武田)からの誤差

図 5-3, 図 5-4 はそれぞれ既往の 2 式から算出した等価減衰定数 h_{eq} に対する, 非線形解による等価減衰定数 h_{μ} の誤差頻度を表している. 誤差は次式より算出している.

$$\text{誤差} = \frac{h_{\mu} - h_{eq}}{h_{eq}} \times 100 \quad (\%) \quad (5.2)$$

結果の特徴としては以下のようなことが挙げられる.

- ・Type2 地震動は Type1 地震動に比べばらつきが大きい.
- ・武田による等価減衰定数は, 柴田による等価減衰定数に比べ誤差が小さい.
- ・武田による等価減衰定数は, 柴田による等価減衰定数に比べばらつきが小さい.

6. 等価線形化法による応答値の推定

6.1 標準の等価線形化モデルを用いる場合

等価線形化法を用い3章で算出した非線形解の推定を行った。等価線形化モデルは最も一般的なものを用いている(表6-1)。その結果を横軸に非線形解、縦軸に等価線形解で表している(図6-1, 図6-3)。

表6-1 等価線形化モデル

	Normal1(柴田モデル)	Normal2(武田モデル)
塑性率	$\mu = \frac{\delta_{resp}}{\delta_y}$	$\mu = \frac{\delta_{resp}}{\delta_y}$
等価剛性	$k_{eq} = \frac{k_y}{\mu} \{1 + \gamma(\mu - 1)\}$	$k_{eq} = \frac{k_y}{\mu} \{1 + \gamma(\mu - 1)\}$
等価減衰定数	$h_{eq} = 0.2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\mu}} \right) + 0.05$	$h_{eq} = \frac{1}{\pi} \left\{ 1 - \frac{1 + (\delta_c / \delta_y)}{1 + (P_c / P_y)} \mu^\alpha \frac{1 - \beta + \beta\mu}{\mu} \right\}$

図6-2, 図6-4は非線形解からの誤差頻度を表している。誤差は次式より算出している。

$$\text{誤差} = \frac{\mu_{eq} - \mu_{resp}}{\mu_{resp}} \times 100 \quad (\%) \tag{6.1}$$

結果の特徴としては以下のようなことが挙げられる。

- ・Type2地震動はType1地震動に比べばらつきが大きい。
- ・武田モデルは、柴田モデルに比べ誤差が小さい。
- ・武田モデルは、柴田モデルに比べばらつきが小さい。

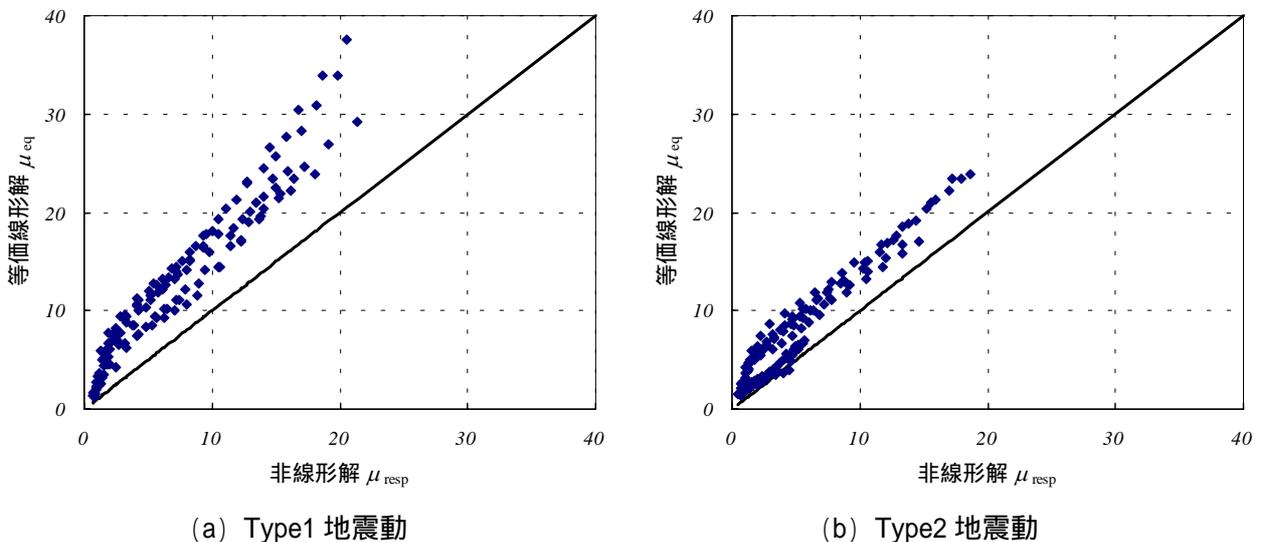
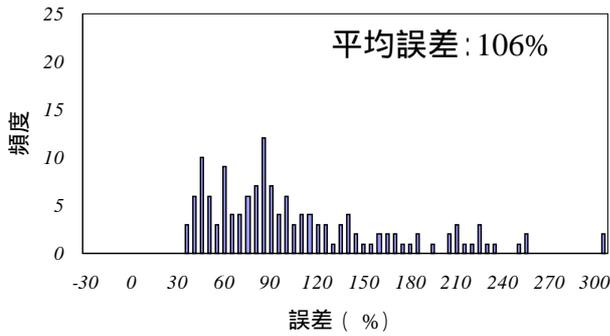
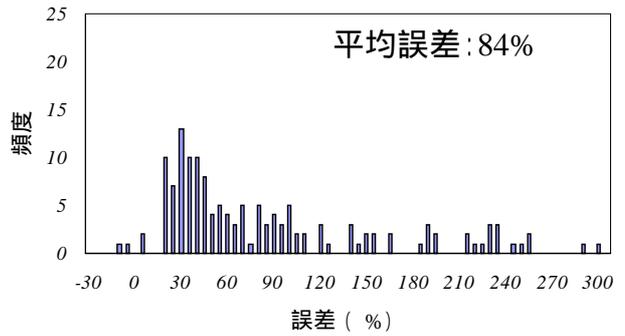


図6-1 応答値の推定(柴田モデル)

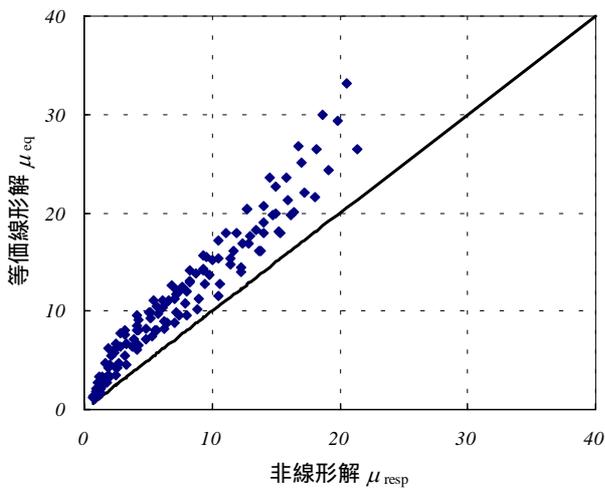


(a) Type1 地震動

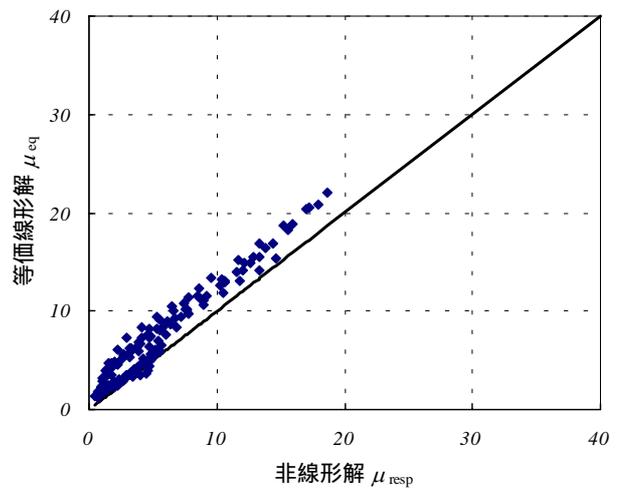


(b) Type2 地震動

図 6-2 誤差頻度(柴田モデル)

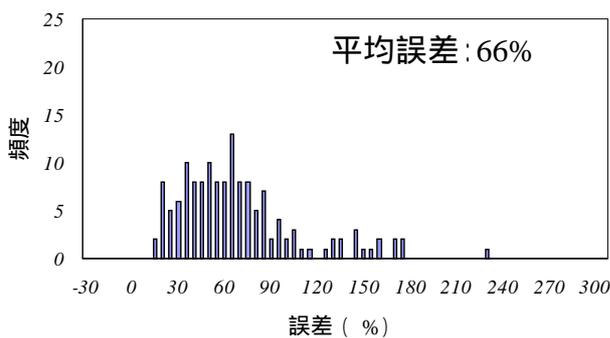


(a) Type1 地震動

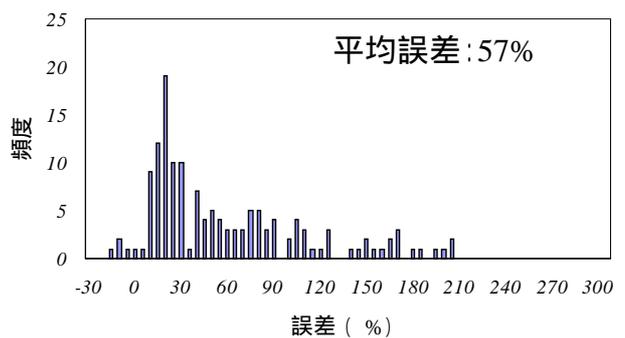


(b) Type2 地震動

図 6-3 応答値の推定(武田モデル)



(a) Type1 地震動



(b) Type2 地震動

図 6-4 誤差頻度(武田モデル)

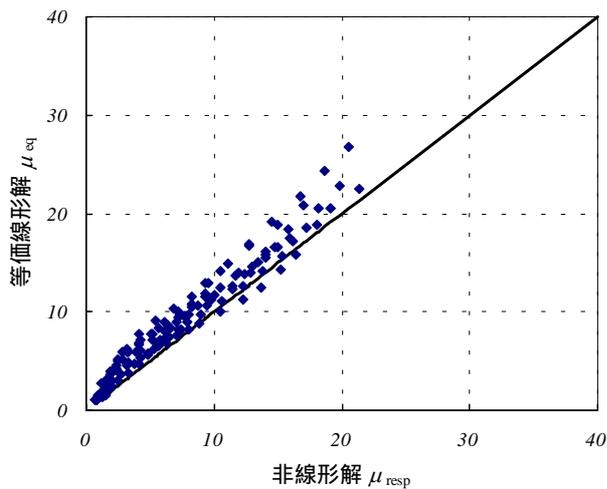
5章の非線形解による等価減衰定数の結果と比較してみると、等価減衰定数の影響と推定応答値の結果が同様の傾向を示していることがわかる。このことから、応答値の推定精度は等価減衰定数に大きく依存していることがわかる。

6.2 等価線形化モデルを調整した場合

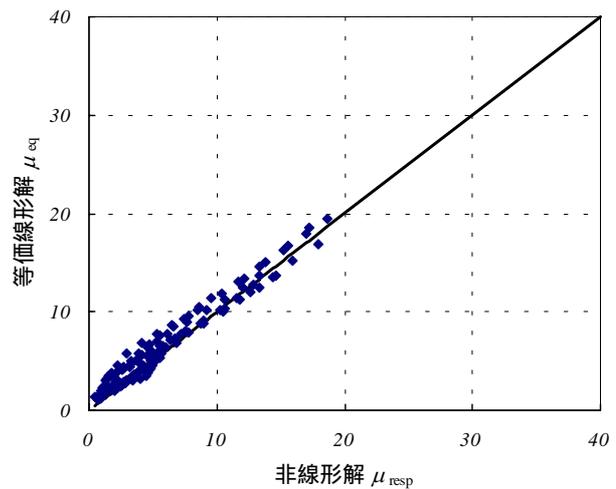
本節では、等価線形化モデルの違いが応答値の推定結果に及ぼす影響を検討した。等価線形化モデルには、1.3 倍の等価減衰定数を用いた Case1、70%の有効変位を用い等価剛性と等価減衰定数を決定した Case2 の 2 種類について検討した。その結果を図 6-5、図 6-7 に示す。また、前節 5.3 のように非線形解からの誤差分布も算出した(図 6-6、図 6-8)。

表 6-1 等価線形化モデル

	Case1	Case2
塑性率	$\mu = \frac{\delta_{resp}}{\delta_y}$	$\mu = 0.7 \cdot \frac{\delta_{resp}}{\delta_y}$
等価剛性	$k_{eq} = \frac{k_y}{\mu} \{1 + \gamma(\mu - 1)\}$	$k_{eq} = \frac{k_y}{\mu} \{1 + \gamma(\mu - 1)\}$
等価減衰定数	$h_{eq} = 1.3 \cdot \frac{1}{\pi} \left\{ 1 - \frac{1 + (\delta_c / \delta_y)}{1 + (P_c / P_y)} \mu^\alpha \frac{1 - \beta + \beta\mu}{\mu} \right\}$	$h_{eq} = \frac{1}{\pi} \left\{ 1 - \frac{1 + (\delta_c / \delta_y)}{1 + (P_c / P_y)} \mu^\alpha \frac{1 - \beta + \beta\mu}{\mu} \right\}$

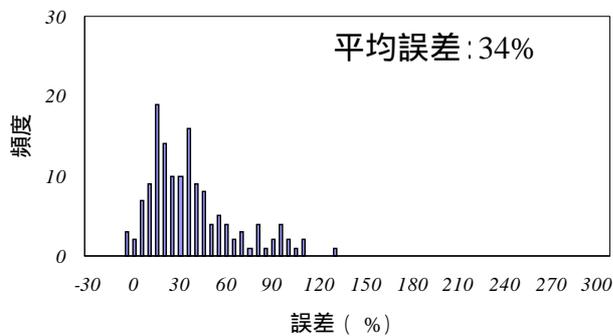


(a) Type1 地震動

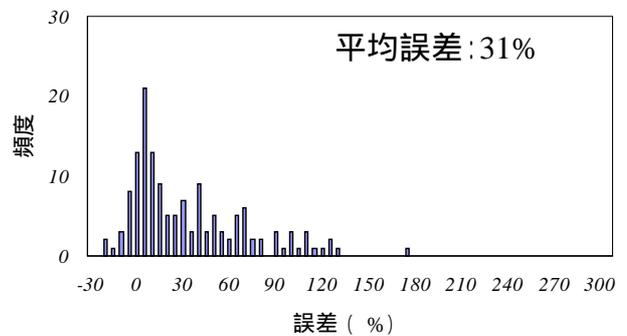


(b) Type2 地震動

図 6-5 応答値の推定 (Case1)

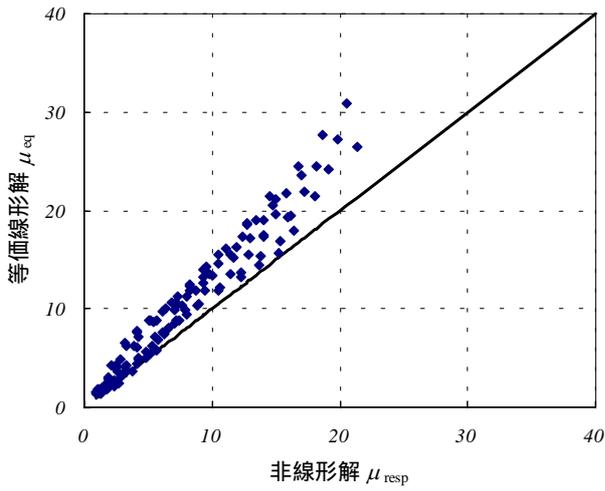


(a) Type1 地震動

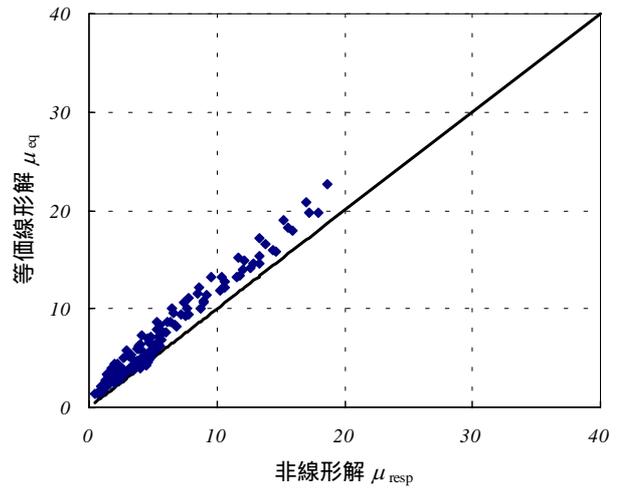


(b) Type2 地震動

図 6-6 誤差頻度 (Case1)

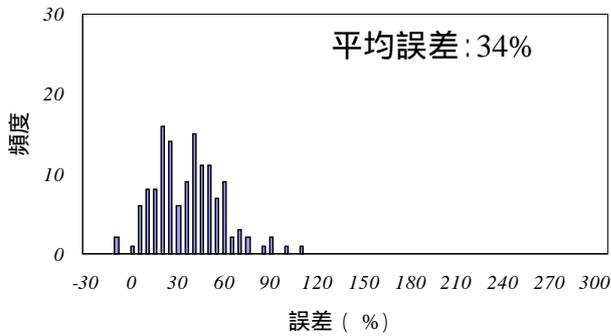


(a) Type1 地震動

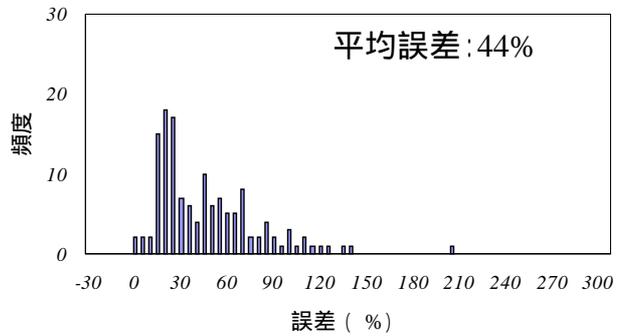


(b) Type2 地震動

図 6-7 応答値の推定 (Case2)



(a) Type1 地震動



(b) Type2 地震動

図 6-4 誤差頻度 (Case2)

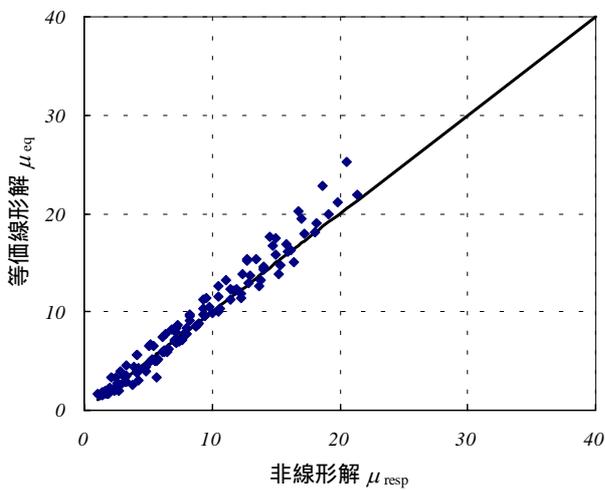
結果の特徴は以下のようなことが挙げられる。

- ・Case1 , Case2 共に誤差が小さくなった。
- ・Type1 地震動 , Type2 地震動共に同じような誤差分布となった。
- ・Case2 は塑性率が大きいときに Case1 に比べ誤差が大きい。

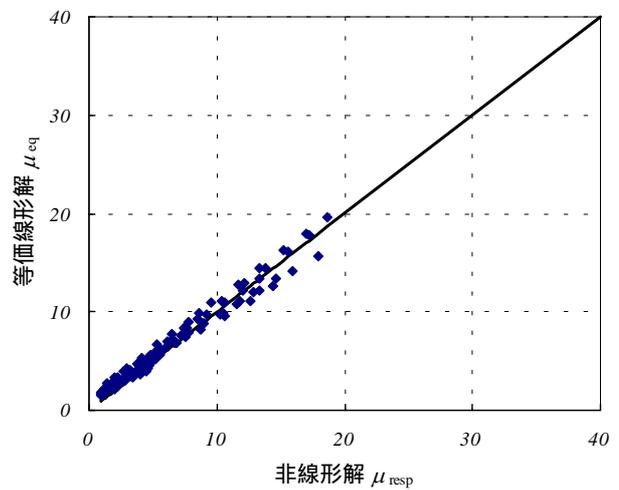
最後に, Case1 と Case2 を複合したタイプ(表 6-2)として Case3 についても検討を行った.

表 6-2 等価線形化モデル

Case3	
塑性率	$\mu = 0.7 \cdot \frac{\delta_{resp}}{\delta_y}$
等価剛性	$k_{eq} = \frac{k_y}{\mu} \{1 + \gamma(\mu - 1)\}$
等価減衰定数	$h_{eq} = 1.3 \cdot \frac{1}{\pi} \left\{ 1 - \frac{1 + (\delta_c / \delta_y)}{1 + (P_c / P_y)} \mu^\alpha \frac{1 - \beta + \beta\mu}{\mu} \right\}$

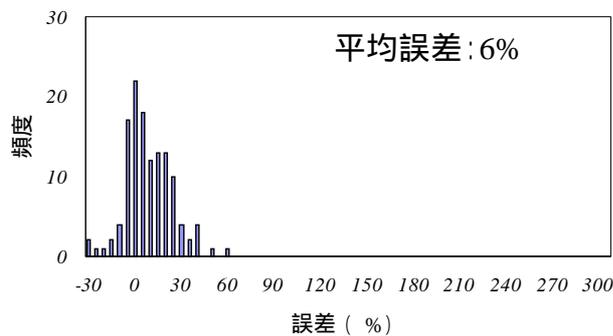


(a) Type1地震動

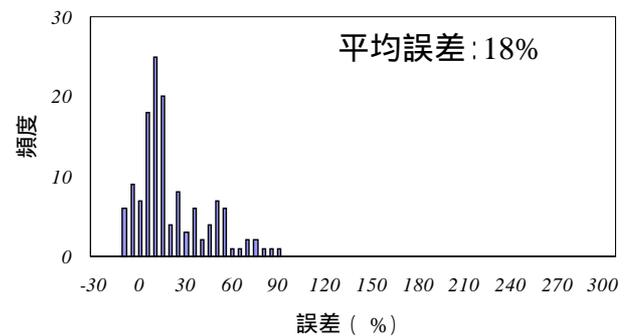


(b) Type2地震動

図 6-5 応答値の推定 (Case3)



(a) Type1地震動



(b) Type2地震動

図 6-6 誤差頻度 (Case3)

Case3 の場合は, Case1, Case2 の場合に比べ非線形解と等価線形解がよく一致しており, ばらつきも小さくなっている. このことから, 等価減衰定数と等価剛性を調整することによって非線形解を精度よく推定することができる.

7. まとめ

非線形解による等価減衰定数は、既往の数式から算出した等価減衰定数に比べ大きく、ばらつきも非常に大きくなったが、等価線形化モデルを調節することによって応答値の推定精度を向上させることが出来た。

等価線形化モデルが Normal1, Normal2 のときには、推定応答値の誤差が 200%を超えるものが見受けられたが、等価線形化定数、等価剛性を調節することによって推定応答値の誤差が 150%以下となり、0~30%付近の頻度が最も大きくなった。

Case1 と Case2 を複合させた Case3 で誤差は最大で 90%程度と精度を大きく向上させることができ、ばらつきも小さくすることが出来た。

応答値推定精度の更なる向上には、等価減衰定数を地震動の特性によって調整する必要があると思われる。

【参考文献】

日本道路協会：道路橋示方書・同解説 耐震設計編 平成 8 年 12 月, 1996.12

日本道路協会：道路橋の耐震設計に関する資料, 1998.1

梅村 魁：鉄筋コンクリート建物の動的耐震設計法・続(中層編), 技報堂出版, 1982.12

M.J.M.Priestley, F.Seible, G.M.Calvi, 川島一彦監訳：橋梁の耐震設計と耐震補強, 技報堂出版, 1998.4

柴田明德：最新建築学シリーズ 9 最新 耐震構造解析, 森北出版, 1981.6

平井一男, 水田洋司：耐震工学入門, 森北出版, 1994.3

熊木幸, 矢部正明：1 自由度系の非線形応答と等価線形化法の問題点, 第 3 回地震時保有耐力法に基づく橋梁の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集, pp87~94, 1999.12

熊木幸, 矢部正明：マルチヒンジ系への等価線形化法の適用性に関する検討, 第 4 回地震時保有耐力法に基づく橋梁の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集, pp75~82, 2000.12

中村敏雄, 牛島宏, 江尻秀行, 石橋正博, 中村聡：等価線形化法の適用性に関する一考察, 第 4 回地震時保有耐力法に基づく橋梁の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集, pp83~88, 2000.12

足立幸朗, 運上茂樹：等価線形化法による多自由度非線形系の地震応答推定精度, 第 3 回地震時保有耐力法に基づく橋梁の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集, pp81~86, 1999.12