

エネルギー一定則に対する基本的定式化と考察

1. まえがき

地震時における構造物の被害を知る上で応答変位は大きな役割を果たしている．しかし実際の構造物は非線形挙動を示すために塑性率をすぐには把握しにくい．そこで Newmark のエネルギー一定則を用いて弾性体から完全弾塑性体の塑性率を求める方法についてまとめた．

2. 完全弾塑性体への適用

図1のような1質点系の応答(応答変位と応答震度)を対象とし、復元力特性として、(a)弾性体と(b)完全弾塑性体を考える．ここで、両モデルについて、エネルギー一定則を適用し(図2)、基本諸式を求めるものとする．

まず、両者の応答特性として、次のような基本量を定義する．

- ・弾性体： C_E : 弾性応答震度
 d_E : 弾性応答値
- ・完全弾塑性体： C_y : 降伏せん断力係数
 d_y : 降伏変位
 d : 弾塑性体の応答変位

ここで、両モデルの応答に関するエネルギー入力は、図2を参考にして、弾性体の場合、三角形 obc 、完全弾塑性体の場合、四角形 $oade$ となる．同じ振動源に対して両エネルギー入力が同一とし、エネルギー一定則(property of energy conservation)を適用すると、同図のハッチ と が等しいことになる．したがって、下式を導くことができる．

$$\frac{1}{2}(d_E - d_y)(C_E - C_y) = (d - d_E)C_y \quad (2.1)$$

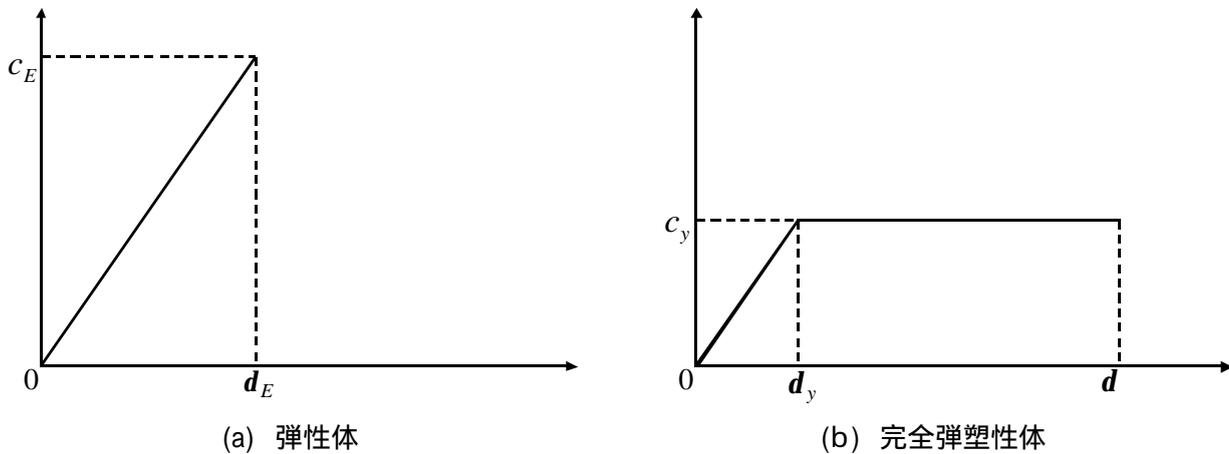


図1 線形・非線形P-d曲線

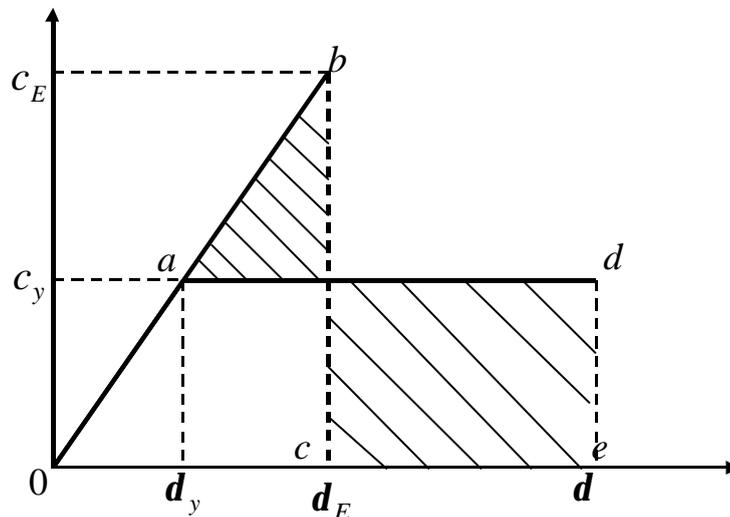


図2 エネルギー一定則の適用

これは、例えば、次のようにも書き換えられる。

$$\frac{C_E}{C_y} = 2 \frac{d - d_E}{d_E - d_y} + 1 \quad (2 \cdot 2)$$

また、弾性応答値 b と降伏時の応答値 a から

$$\frac{C_E}{C_y} = \frac{d_E}{d_y} \quad (2 \cdot 3)$$

なる関係も容易に求まる。さらに、弾塑性応答変位 d に対して、次式のような係数 m f を定義する。

$$d = m d_y, \quad d = f d_E \quad (2 \cdot 4a)$$

従って、

$$m = \frac{d}{d_y}, \quad f = \frac{d}{d_E} \quad (2 \cdot 4b)$$

係数 m は、応答塑性率(降伏変位に対する比率)であり、係数 f は、弾性応答に対する増幅率と解釈することができる。

また、両係数はその定義から、

$$m \geq 1, \quad f \geq 1, \quad m \geq f \quad (2 \cdot 5)$$

となる。

ここで、式(2・3)から、 $d_E = (C_E / C_y) d_y$ を用い、式(2・2)に代入すると、以下の諸式を導くことができる。

$$m = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{C_E}{C_y} \right)^2 + 1 \right\} \quad (2 \cdot 6)$$

$$\frac{C_E}{C_y} = \sqrt{2m-1}, \quad \frac{C_y}{C_E} = \frac{1}{\sqrt{2m-1}} \quad (2 \cdot 7)$$

一方、 $d_y = (C_y / C_E) d_E$ を使って、式(2・2)に代入すれば次の諸式を得ることができる。

$$f = \frac{1}{2} \left(\frac{C_E}{C_y} + \frac{C_y}{C_E} \right) \quad (2 \cdot 8)$$

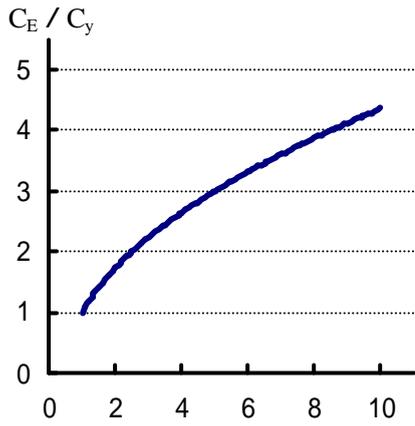
$$\frac{C_E}{C_y} = f + \sqrt{f^2 - 1} \geq 1$$

$$\frac{C_y}{C_E} = f - \sqrt{f^2 - 1} \leq 1$$

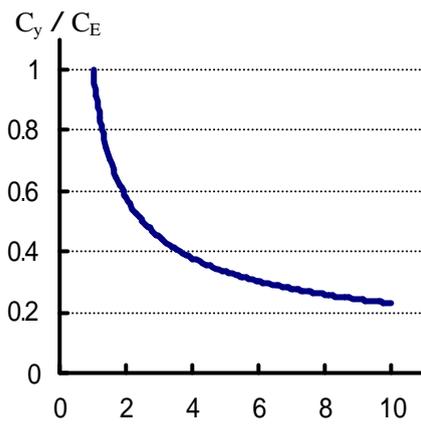
また、両係数 f と m についても、次のように容易に求めることができる。

$$f = \frac{m}{\sqrt{2m-1}}, \quad m = f(f + \sqrt{f^2 - 1}) \quad (2 \cdot 10)$$

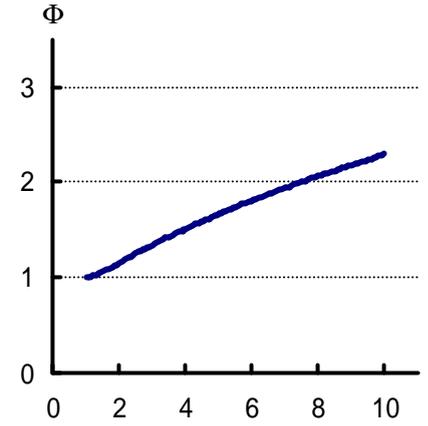
以上までに求めた算定諸式の関係を図 3(a), (b), (c)に図化した。



(a) $\mu \sim C_E / C_y$ 関係



(b) $\mu \sim C_y / C_E$ 関係

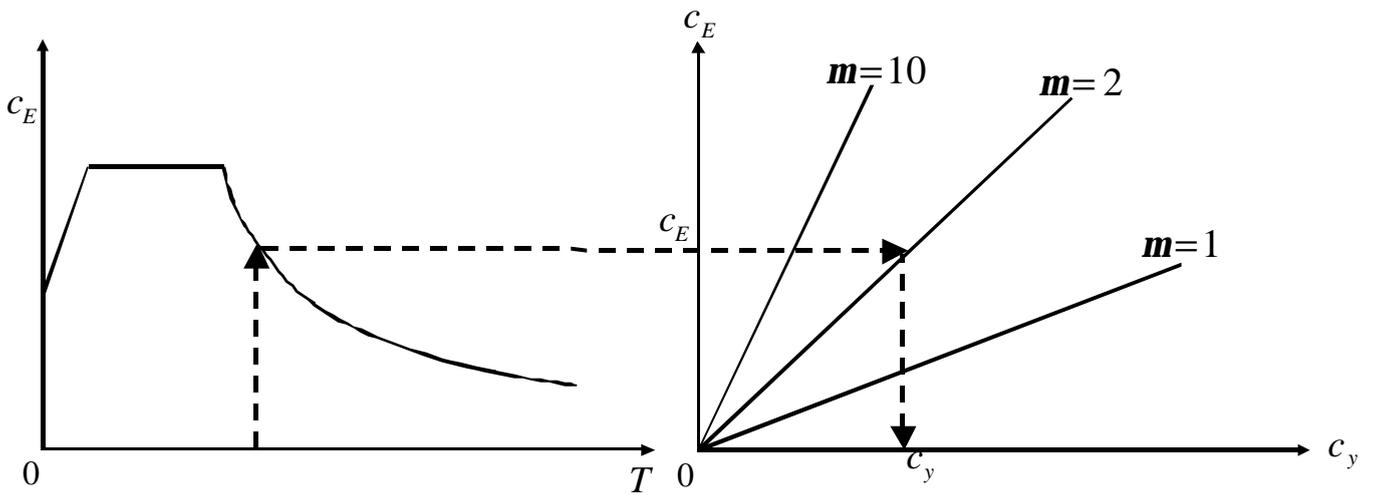


(c) $\mu \sim \Phi$ 関係

3. 耐震設計への応用

[手順 1]

弾性応答 (スペクトル) C_E
許容塑性率 (または要求塑性率) m \rightarrow C_y を求める。



[手順 2]

弾塑性耐力 (降伏時の震度) C_y
部材じん性率 (または終局変位 d_u) \rightarrow 弾性応答荷重 (震度) C_E を求めることができる。

