

# 非定常ランダム波の考え方と群遅延時間による設計用地震動の作成

武蔵工業大学土木工学科 遠藤昭彦

武蔵工業大学土木工学科 吉川弘道

## はじめに

模擬地震動の作成手法は多岐にわたるが、本解析では、余弦波の重ね合せ法の中でも地震動の位相特性を考慮した半経験的作成手法<sup>2)</sup>を用いた。地震動の非定常性は、その位相特性と密接に関係しており、振幅特性とともに、構造物の地震時挙動に大きな影響を及ぼすことが知られている。地震動の位相特性を評価する1つの指標として群遅延時間<sup>1)2)3)</sup>が考えられる。本解析では、このような群遅延時間の性質に着目し、観測記録波形を模擬した設計用地震動を作成することを目的とする。

## フーリエ振幅スペクトルとフーリエ位相スペクトル

種地盤・宮城県沖地震-開北橋周辺地盤上の観測記録波形を例にとり、このときの時刻歴波形、フーリエ振幅スペクトル、フーリエ位相スペクトルの関係を図1に示す。

### ・フーリエ振幅スペクトル

フーリエ変換された各成分波の振幅 $X_k$ に $T_d / 2(T_d: 継続時間)$ を乗じて各円振動数ごとに並べたものを、フーリエ振幅スペクトルという。図1(a)に観測記録波形を、また(b)にフーリエ振幅スペクトルを示した。フーリエスペクトルは、各成分波の振幅特性を表しており、ランダム波の振幅が、どの円振動数成分に寄与しているかを端的に表現する<sup>4)</sup>。

### ・フーリエ位相スペクトル

各成分波の位相角 $f_k$ を周波数軸上に並べたものを、フーリエ位相スペクトルという。フーリエ位相スペクトル自体は、ばらつきが大きく、ランダム波の位相特性を把握することは難しい(図1(c))。このため最近では、位相角を円振動数で微分した群遅延時間 $t_{gr}=df/dw$ を、地震動(ランダム波)の位相特性を表す指標とすることができるという研究報告<sup>1)2)3)</sup>があり後述する。

ランダム波形は、フーリエ振幅スペクトル、フーリエ位相スペクトルによって一義的に決定されるので、模擬地震動作成の際には、対象となる地震動の振幅・位相特性を把握しておくことが重要である。

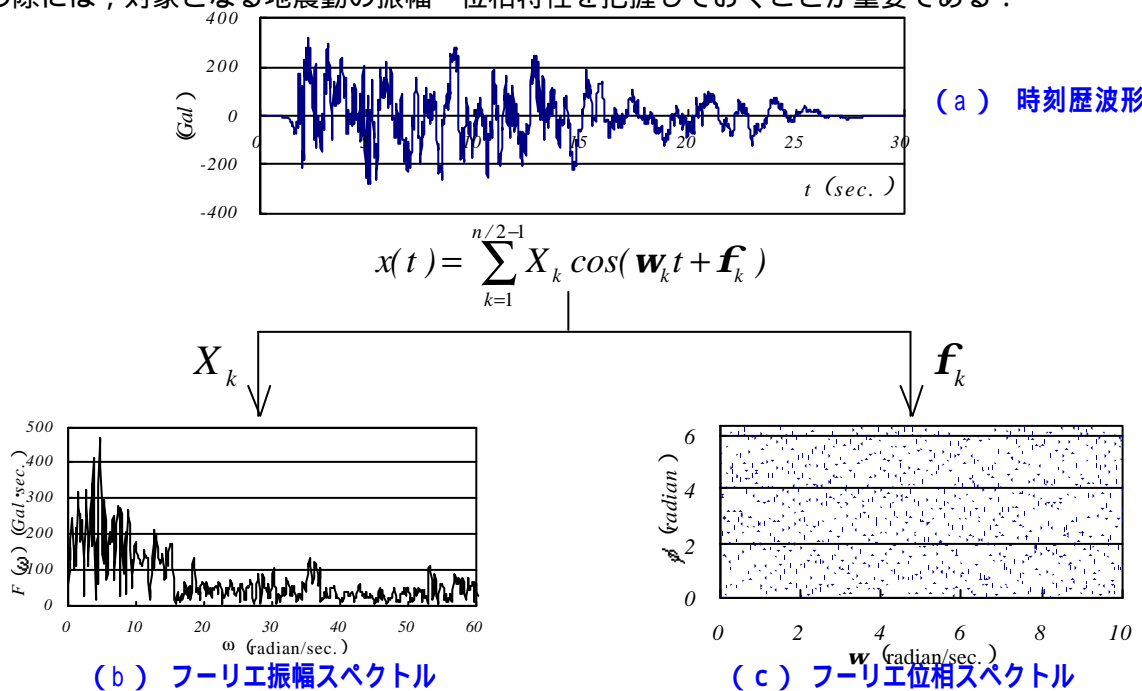


図1 時刻歴波形，フーリエ振幅スペクトル，フーリエ位相スペクトル

## ランダム波における位相の考え方

位相特性を時間軸で考えると、位相  $f$  の遅れは、波形開始時間の遅れ（以下、位相遅れ）と解釈することができる。各円振動数成分の波形（以下、成分波）においても同様に、位相遅れにより、各成分波が遅れて地盤中を伝達してきたと理解できる。本解析では余弦波の重ね合わせ法を用いているので、各成分波が遅れると全体の合成波形は、地震動のパワー（振幅）が分散された（時間上でずれた）非定常な波形となる（図2）。

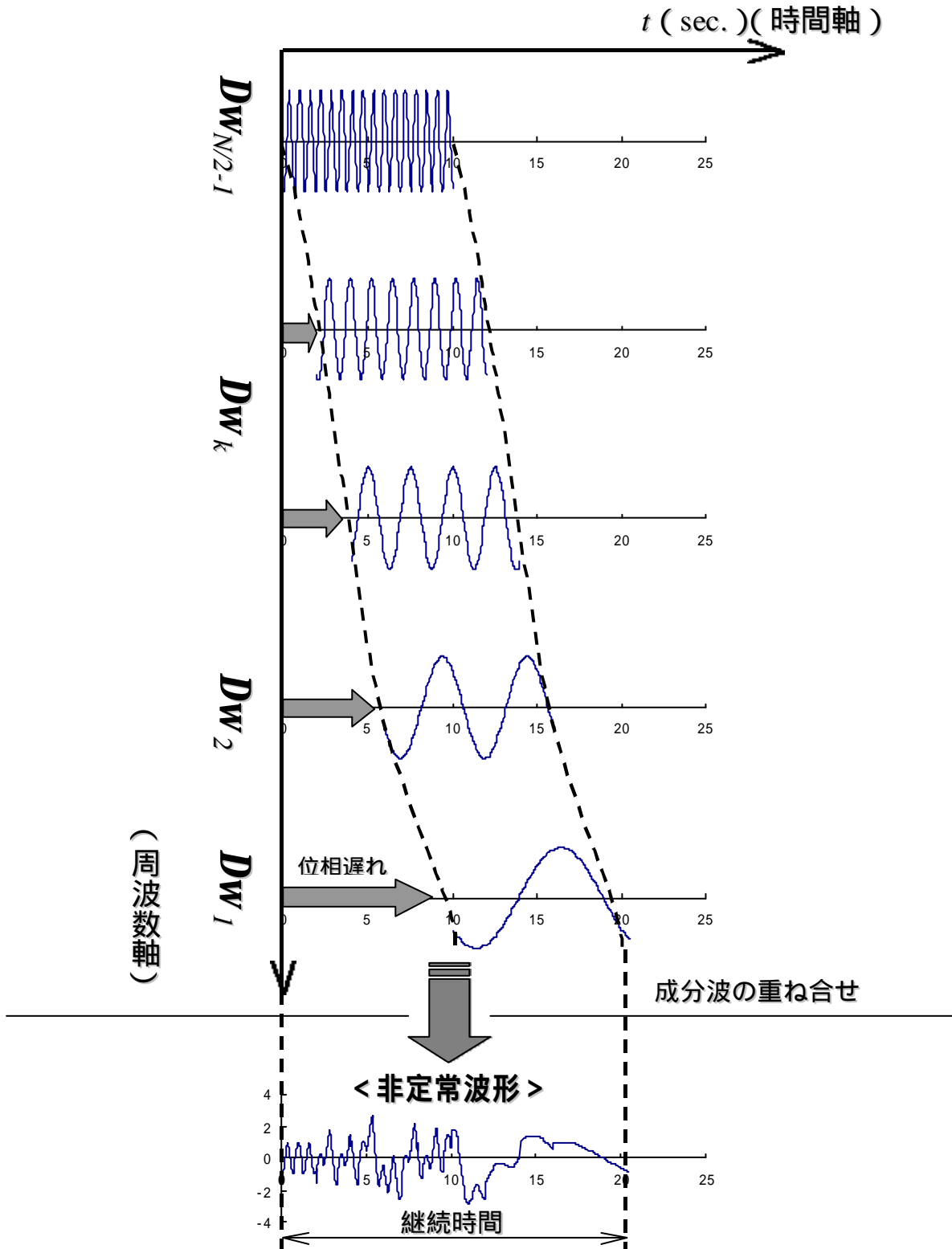


図2 位相遅れをもつ各成分波とその重ね合わせ

## 群遅延時間の導入による非定常ランダム波の作成

### ・群遅延時間の定義

フーリエ変換された各成分波の位相角 $f_k$ の遅れ $Df_k = f_{k+1} - f_k$ を円振動数 $w$ で微分したものを群遅延時間 $t_{gr}$ と呼び $t_{gr} = df/dw$ で定義される。群遅延時間は、振動数軸上の傾きを表す。

### ・群遅延時間と時刻歴波形の関係

ランダム波の作成手法には、位相角を一様乱数で発生させ時間軸上で包絡関数を乗じる方法<sup>7)</sup>や、位相差 $Df$ の周波数軸上での度数分布の形状が、時刻歴波形の包絡形の形状に近似していることを利用した作成手法<sup>4)</sup>がある。しかし、いずれの手法により作成されたランダム波形であっても、周波数依存性がなく実地震動を十分に再現しているとは言い難い。

そこで群遅延時間を導入したランダム波の作成手法が考えられる<sup>1)2)3)</sup>。群遅延時間の平均値 $m_{gr}$ は成分波群の重心位置に、分散 $s_{gr}^2$ は継続時間に対応していることが知られている<sup>1)2)3)</sup>。また群遅延時間の分布は、ほぼ正規分布<sup>4)</sup>または対数正規分布<sup>5)</sup>に従っているので、 $m_{gr}$ と $s_{gr}$ の2つのパラメーターから地震動の位相特性を決定できる。よって、本解析手法は、振動数領域での $m_{gr}$ と $s_{gr}^2$ のモデル化により時刻歴波形を調整することができ、地震動の非定常性を簡便かつ合理的に再現できる手法と考える。

$$\left( \begin{array}{ll} \bullet t_{gr} = \frac{df}{dw} : \text{群遅延時間} & \\ \bullet m_{gr} : \text{群遅延時間の平均値} & \text{成分波群の重心位置} \\ \bullet s_{gr}^2 : \text{群遅延時間の分散} & \text{成分波群の継続時間} \end{array} \right) \quad \left( \begin{array}{l} \bullet m_{gr} = m_{gr}(w) \\ \bullet s_{gr}^2 = s_{gr}^2(w) \\ \text{ただし } w = 2\pi f \end{array} \right)$$

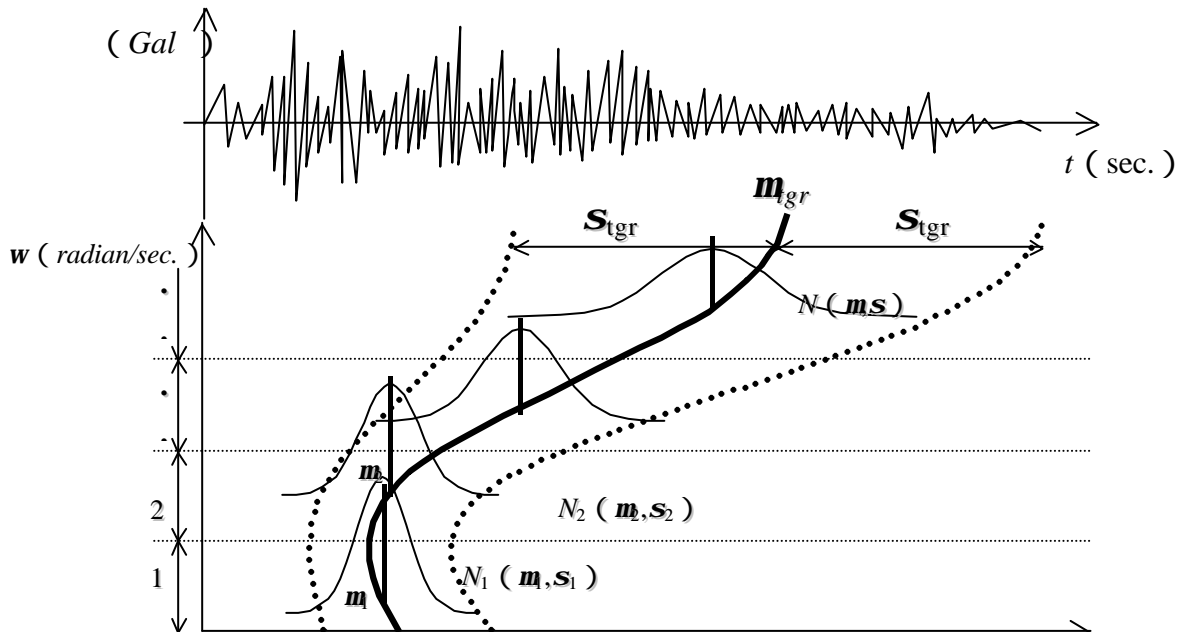


図3  $m_{gr}$  ,  $s_{gr}$  と時刻歴波形の関係 (時間領域/ 周波数領域での特性)  $t_{gr}$  (sec.)

本文では、群遅延時間 $t_{gr}$ が円振動数 $w$ に対する正規分布と仮定し、これを $N(m_{gr}, s_{gr})$ のように記述する。これら2パラメータがランダム波に及ぼす影響を把握するため $m_{gr}$ ,  $s_{gr}$ に関するパラメトリックシミュレーションを実施し以下に示す。

## 群遅延時間の平均値 $m_{gr}$ の影響

平均群遅延時間  $m_{gr}$  は波群の重心位置に対応していることが知られている．分散群遅延時間  $s_{tgr}$  を一定にして  $m_{gr}$  を 10,20,30 秒と変化させたときの時刻歴波形への影響を調べた．  $m_{gr}$  が増加するにつれて波形の主要動発生時刻も遅れてくる．下図から  $m_{gr}$  と波形の主要動の発生時間が，ほぼ一致するということが確認できる (図4)．よって模擬地震動作成の際には，平均群遅延時間  $m_{gr}$  を適切に設定することにより，主要動の発生時間をコントロールすることができる．

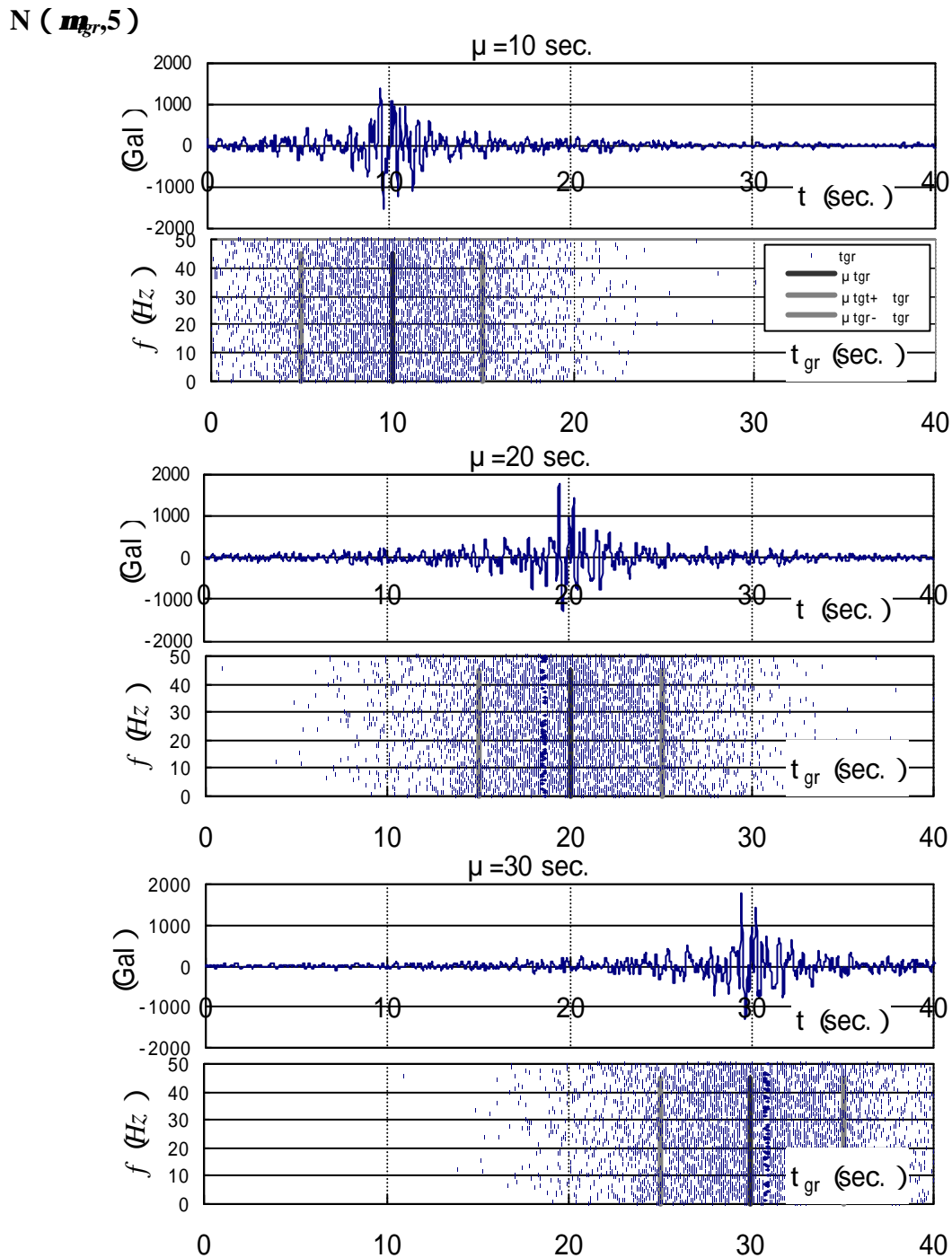


図4 平均群遅延時間と時刻歴波形の関係 ( $s_{tgr}=5\text{sec.}$  : 一定)

## 群遅延時間の分散 $s_{t_{gr}}^2$ の影響

分散群遅延時間  $s_{t_{gr}}^2$  は概ね、成分波群の継続時間を表す。  $m_{gr}$  を一定にし、  $s_{t_{gr}}^2$  を 5, 10, 20 秒と変化させたときの時刻歴波形への影響を調べた。  $s_{t_{gr}}$  が大きくなるほど地震波のパワーが分散して振幅が小さくなることが確認できる (図5)。なお  $s_{t_{gr}}^2$  を無限に大きくした場合は、  $t_{gr}$  は一様分布に近似し、時刻歴波形は定常波形となる。

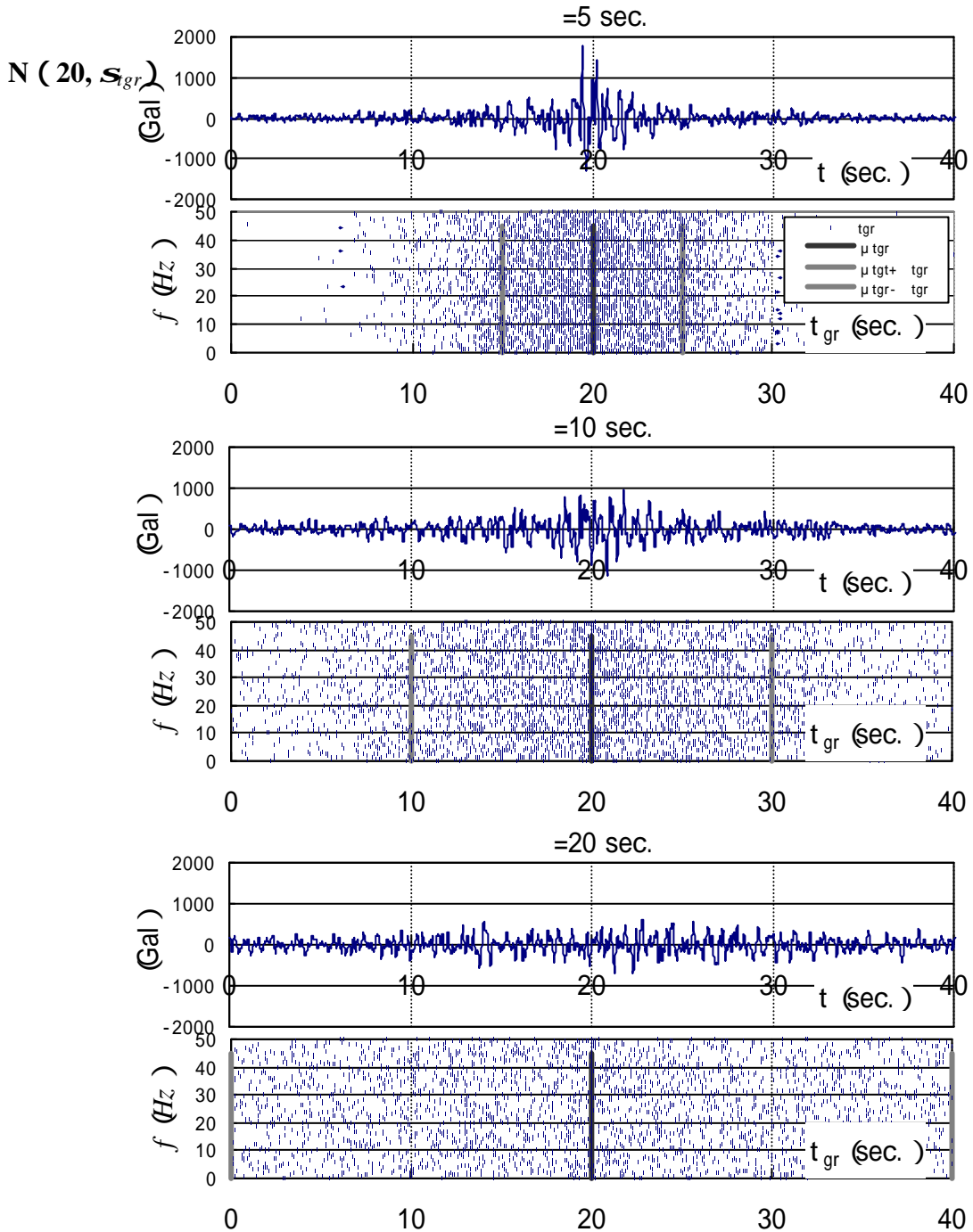


図5 分散群遅延時間と時刻歴波形の関係 ( $m_{gr}=20\text{sec.}$ :一定)

# 群遅延時間を用いた設計用地震動の作成<sup>1)</sup>

次に実地震動の振幅や非定常性を目標値とする模擬地震動の作成を試みる。本解析では、JMA KOBE-NS成分を解析対象とし、群遅延時間を地震動の位相特性を表す指標とすることで、同波を模擬した設計用地震動を作成する。作成手順は、図6のフローチャートに従って行う。

はじめに模擬地震動の振幅特性の設定方法を記述し、次に位相特性の同定手法を考える。最後に、これら2特性から模擬地震動を合成した後、目標スペクトルに近似したスペクトル適合波（設計用地震動）の作成方法を説明する。

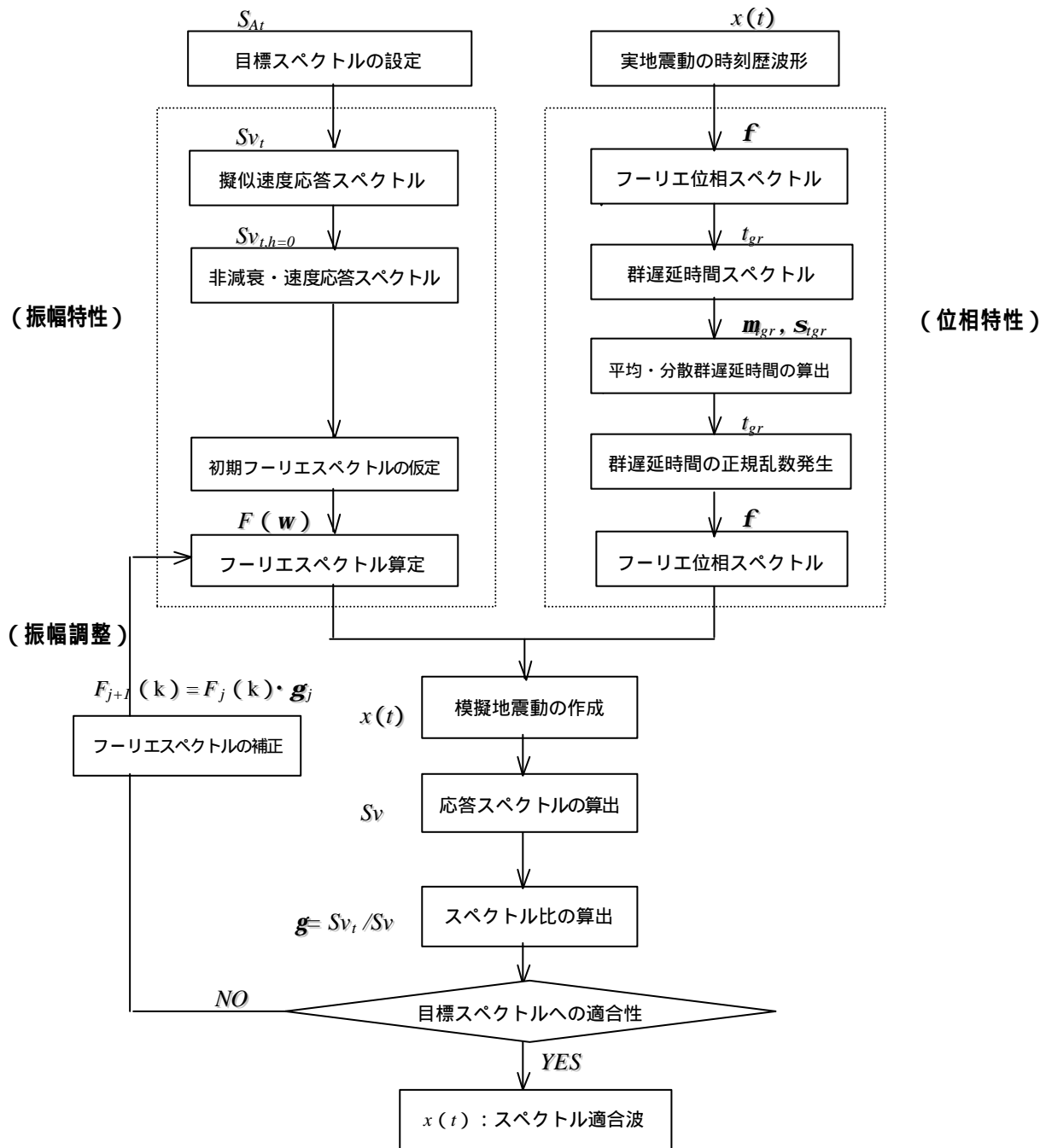


図6 模擬地震動の作成フロー

## 振幅特性の設定

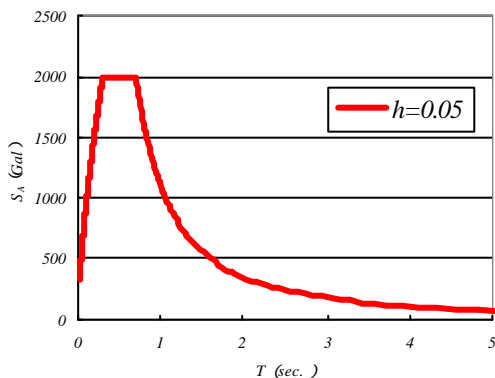
### ・目標スペクトルの設定

ここでは目標スペクトル（模擬地震動の応答スペクトルの目標値，後述）を道路橋示方書・同解説 耐震設計編<sup>6)</sup>におけるタイプ2地震動，種地盤の設計標準加速度応答スペクトルを採用する（図7）。ただし目標スペクトルには，通例速度応答スペクトルを用いられることが多く，本文でもこれに従うものとした。

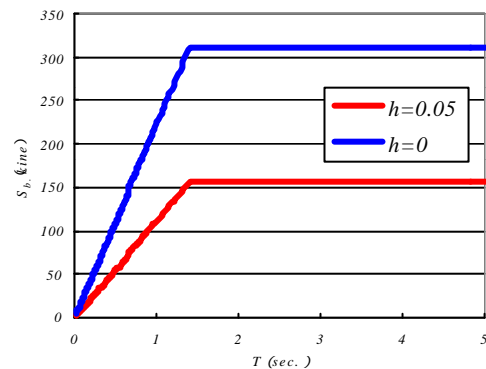
この場合目標スペクトルは，加速度スペクトルなので式（1）の関係から設定された加速度応答スペクトルを擬似速度応答スペクトルに変換する。なお擬似応答スペクトルは近似式より，相対応答スペクトルと比較すると，短周期および長周期領域で近似式による誤差が生じることに注意が必要である<sup>2)</sup>。また，擬似変位応答スペクトルにおいても同様の傾向が見られる。

$$\frac{1}{w_0} \cdot S_A \cong S_V \cong w_0 \cdot S_D \quad (1)$$

$S_A$ : 加速度応答スペクトル  
 $S_V$ : 速度応答スペクトル  
 $S_D$ : 変位応答スペクトル  
 $w_0$ : 固有円振動数



(a) 目標加速度応答スペクトル



(b) 擬似速度応答スペクトル

図7 目標スペクトル（応答加速度と応答速度スペクトル）

### ・初期フーリエスペクトルの仮定

非減衰の速度応答スペクトル  $S_{V,h=0}$  と，フーリエスペクトル  $F(w)$  の形状が似ている<sup>4)</sup>ことを利用して， $S_{V,h=0}$  を初期フーリエスペクトルに設定する。ここで初期フーリエスペクトルとは，振幅調整を行う以前の最初に模擬地震動を合成するときのフーリエスペクトルのことをいう。

初期値としてフーリエスペクトル（非減衰速度応答スペクトル）を目標スペクトルに近い値に設定しておけば，スペクトルが適合するまでの収束回数が少なく済み，計算速度が早まる。なお，フーリエスペクトルは，後述の模擬地震動の振幅調整により収束計算サイクルごとに調整される。



## 位相特性の設定

### ・フーリエ位相スペクトルの算出

模擬地震動の位相情報は、JMA KOBE-NS 成分波から抽出する。時刻歴波形をフーリエ変換することにより、フーリエ位相スペクトルを得る。フーリエ位相スペクトルは振動数に対してばらつきが大きく特徴を把握するのは困難であり、位相角を円振動数で微分した群遅延時間スペクトル（図 8）を活用するのが得策である。

### ・群遅延時間のモデル化

群遅延時間を平滑化することにより、平均群遅延時間 $m_{tgr}$ と分散群遅延時間 $s_{tgr}^2$ を算出する（式（2））。観測記録波形の $m_{tgr}$ 、 $s_{tgr}^2$ は、振動数によって変動し、この凹凸が各地震動の固有な非定常性を決定する。

また、群遅延時間は、中心極限定理より、正規分布に従って分布していると仮定できるので、群遅延時間は $m_{tgr}$ と $s_{tgr}$ によりモデル化することができる。本解析では、群遅延時間スペクトルの振動数区間（以下、サポート区間とする）を 1Hz 刻みで区切り、1~10Hz までの各サポート区間別に群遅延時間のヒストグラムを算出した。また、すべてのサポート区間において、群遅延時間が正規分布に従うものと仮定した。

$$m_{tgr} = \frac{\sum t_{gr}}{N} \quad s_{tgr} = \frac{\sum \sqrt{(t_{gr} - m_{tgr})^2}}{N} \quad (2)$$

### ・群遅延時間の正規乱数発生

サポート区間ごとに得られた $m_{tgr}$ 、 $s_{tgr}$ をもとに群遅延時間 $t_{gr}$ の正規乱数を発生させる<sup>1)</sup>。まず 0~1 の一様乱数 $u$ を発生させる。 $u$ と標準正規分布の逆関数 $F^{-1}(u)$ との関係、式（3）より、正規分布に従う群遅延時間が算出できる。ただし、 $F(u)$ は標準正規分布関数なので、式（4）より正規分布関数に変換する必要がある。

群遅延時間スペクトルは、この一様乱数の発生仕方により決定される。すなわち、地震動の非再現性は $u$ によって表現できることになる。作成した群遅延時間分布を図 9 に示す。

$$u = F(t_{gr}) \quad , \quad t_{gr} = F^{-1}(u) \quad (3)$$

$$t_{gr} = F^{-1}(u) \times s_{tgr} + m_{tgr} \quad (4)$$

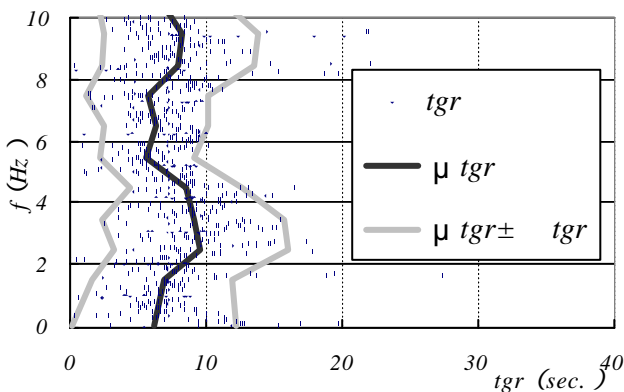


図 8 JMA KOBE NS 成分の群遅延時間スペクトル

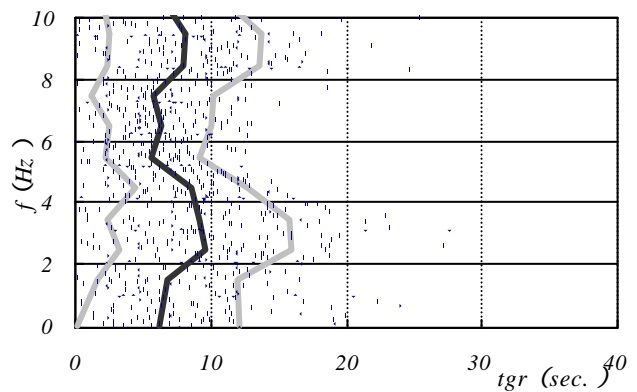


図 9 正規乱数により算出した群遅延時間スペクトル



## スペクトル適合波の作成

### ・スペクトル比の算出

合成した模擬地震動の加速度応答スペクトルを算出する．1 サイクル目の応答スペクトルと目標応答スペクトルは当然のこととして，一致しない（図10）．

そこで，目標スペクトルに近似するように，算出した  $j$  サイクル目の波形において， $k$  成分の応答スペクトル  $Sv_j(k)$  と目標スペクトル  $Sv_{jt}(k)$  の比  $r_j(k)$  をとる（式(5)）．この  $r_j(k)$  をフーリエスペクトル  $F_j(k)$  に乗じて（式(6)），次サイクル目のフーリエスペクトル  $F_{j+1}(k)$  を調整する（図11）．

入力値であるフーリエスペクトルを調整することで，応答値の応答スペクトルが目標スペクトルに近似してくる．

$$r_j(k) = \frac{Sv_{jt}(k)}{Sv_j(k)} \quad (5)$$

$$F_{j+1}(k) = F_j(k) \times r_j(k) \quad (6)$$

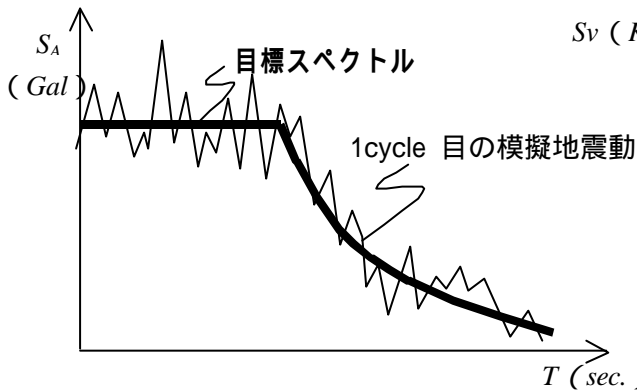


図10 1cycle 目の模擬地震動の応答スペクトル

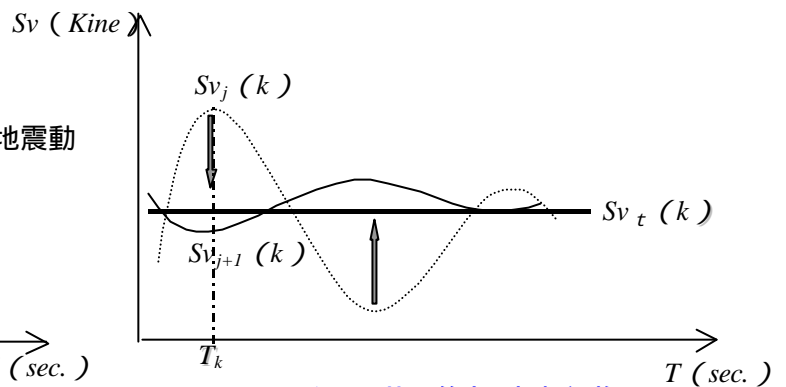


図11 スペクトル比の算出と振幅調整

### ・誤差 EPS

加速度応答スペクトルにおける，目標スペクトルとシミュレーション波との応答スペクトルとの誤差は，各成分の平均的なスペクトル比による誤差を EPS とし，これを式(7)により算出した．また許容誤差 ERR は，実用的な見地からいって，5%より小さくする必要はない<sup>4)</sup>．本解析では ERR=0.05 とした．

$$EPS = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{N/2+1} (1 - g(k))^2}{N}} \quad (EPS \leq ERR) \quad (7)$$

### ・解析例

以上の知識を元に，道路橋標準示方書・標準波形の第 種地盤第1波（阪高-NS 成分）を解析対象とし，スペクトル適合波の作成を行った．図12 に振幅調整前の波形（左図）とスペクトル適合波（右図）を示す．振幅調整により，加速度が低減されていることが確認できる．また，位相特性を操作していないので地震動の非定常性は，ほとんど変化していないことに注意されたい．

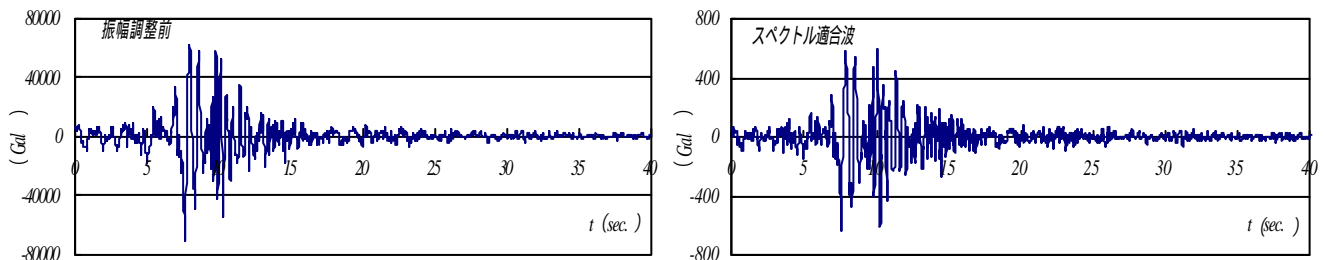


図12 スペクトル適合波

・設計用地震動作成例

解析対象の JMA KOBE-NS 成分波形と、本解析により作成した設計用地震動波形の例を図 1 3 に示す。波形図より、設計用地震動波形の非定常性が観測記録波形に類似していることが確認できる。また設計用地震動の応答スペクトルが、目標スペクトルに近似していることに留意されたい(図 1 4)。

なお設計用地震動は、どの波形も同様な非定常性を有しているが、よく見ると若干波形が異なる。弾塑性応答を対象とする場合には、このような波形の微妙な相違が応答値にばらつきを与える要因となることに注意が必要である

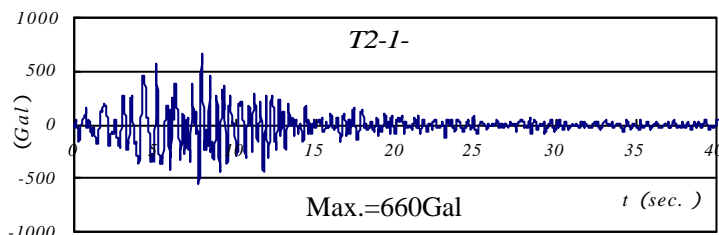
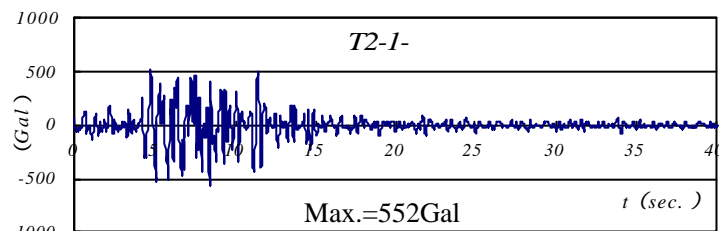
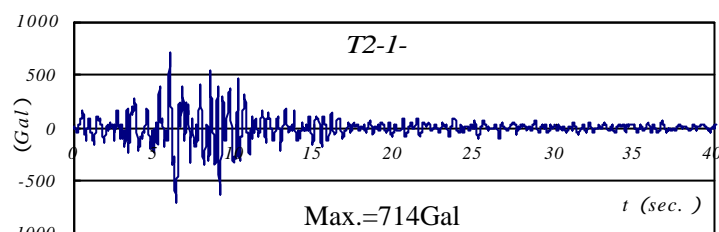
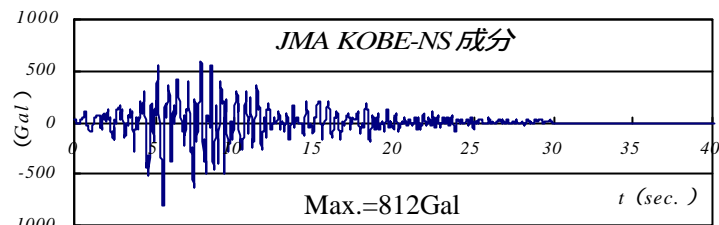


図 1 3 設計用地震動の時刻歴波形

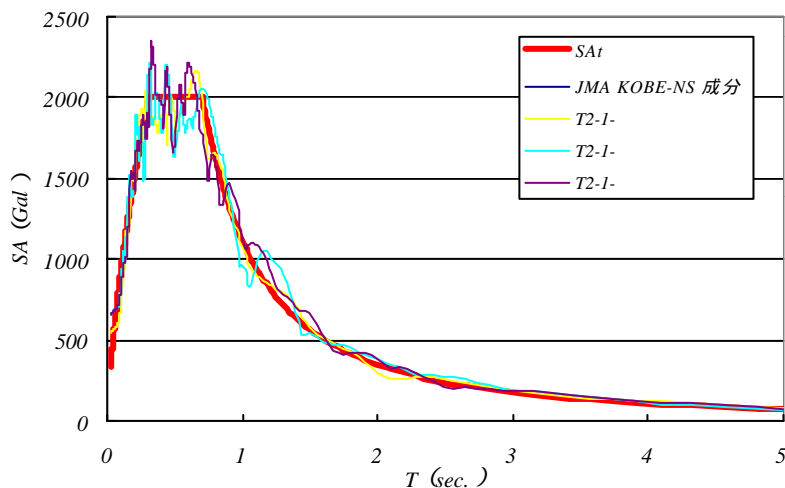


図 1 4 設計用地震動の応答スペクトル

・記号表

記号	単位	名称	備考
<b>フーリエ(逆)変換</b>			
$T_d$	sec.	継続時間	$x(t) = \sum_{k=1}^N X_k \cos(\omega_k t + \mathbf{f}_k)$ $X_k = \sqrt{A_k^2 + B_k^2}$ $\mathbf{f}_k = \tan^{-1} \left( -\frac{B_k}{A_k} \right)$ $f = \frac{1}{T}$ $\omega = 2\pi f$
$Dt$	sec.	標本間隔	
$N$	-	標本数	
$m$	-	標本ナンバー	
$x_m$	-	標本値	
$X_k$	-	成分波の振幅	
$A_k$	-	有限フーリエ係数	
$B_k$	-	有限フーリエ係数	
$k$	-	成分数	
$F(\omega)$	Gal *sec.	フーリエスペクトル	
$T, T_n$	sec.	固有周期	
$f$	Hz	振動数	
$\omega$	radian/sec.	円振動数	
$\omega_0$	radian/sec.	固有円振動数	
<b>地震動の位相特性</b>			
$\mathbf{f}_k$	radian	位相角	$D\mathbf{f}_k = \mathbf{f}_{k+1} - \mathbf{f}_k$ $t_{gr} = D\mathbf{f}_k / Df_k$
$D\mathbf{f}$	radian	位相差	
$t_{gr}$	sec.	群遅延時間	
$m_{igr}$	sec.	平均群遅延時間	
$s_{igr}$	sec.	分散群遅延時間	
<b>地震動の振幅特性</b>			
$S_A$	Gal	加速度応答スペクトル	$\frac{1}{\omega_0} S_A \cong S_V \cong \omega_0 \cdot S_D$
$S_D$	cm	変位応答スペクトル	
$S_V$	kine	速度応答スペクトル	
$S_{V,h=0}$	kine	非減衰・速度応答スペクトル	
$S_{Vt}$	kine	目標速度応答スペクトル	
$h$	-	減衰定数	
$C_D$	-	減衰定数別補正係数	
$I_h$	kine	スペクトル強度	
<b>スペクトル調整</b>			
$g$	-	スペクトル比	$\gamma(k) = \frac{S_{Vt}(k)}{S_V(k)}$ $EPS = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{N/2+1} (1-\gamma(k))^2}{N}}$
EPS	-	誤差	
ERR	-	許容誤差	

## ・参考文献

- 1) 西村昭彦, 室野剛隆, 羅休, 佐野弘幸: 模擬地震波の非定常性が鉄道構造物の弾塑性応答へ及ぼす影響(その2: 弾塑性応答に及ぼす影響), pp638-639, 土木学会第51回年次学術講演会, 1997
- 2) 理論地震動研究会編著: 地震動 その合成と波形処理, 鹿島出版会, 1994
- 3) 澤田順男, 盛川仁, 土岐憲三, 横山圭樹: 地震動の位相スペクトルにおける伝播経路特性とサイト特性, 土木学会第51回年次学術講演会, pp470-471, 1996
- 4) 大崎順彦: 新・地震動のスペクトル解析入門, 鹿島出版社, 1995
- 5) 羅休, 室野剛隆, 西村昭彦: 模擬地震波の非定常性が鉄道構造物の弾塑性応答へ及ぼす影響(その1: 模擬波の作成と群遅延時間の調べ), 土木学会第51回年次学術講演会, pp636-637, 1997
- 6) 社団法人 日本道路協会: 道路橋示方書(耐震設計編)・同解説, 1996
- 7) 模擬地震波作成プログラム ARTEC for Windows リファレンスマニュアル, 構造計画研究所