

鉄筋コンクリート部材のせん断耐力評価式

各国示方書の設計式の比較

福岡 聖一, 五明 賢, 吉川 弘道

Key Words: せん断耐力式, せん断補強筋負担分, コンクリート負担分, トラス機構

1. はじめに

鉄筋コンクリートのせん断破壊は, 部材の腹部に斜めひび割れが生じ, 変形性能に乏しい極めて脆性的な破壊を呈する. それゆえ, せん断耐力を的確かつ合理的に算定することは, 設計段階においては重要な必須事項となっている.

本論では, 鉄筋コンクリート部材(梁, 柱部材)を対象とし, トラス理論, および塑性理論をレビューするとともに, 各国におけるせん断耐力算定式の比較, 検討を行った. ここでは, 下記の5つのせん断耐力式をとりあげた.

土木学会コンクリート標準示方書

鉄筋コンクリート造建物の終局強度型耐震設計指針(建築学会)

ACI Code Provision

The European Concrete Standards in Practice (Euro Code)

塑性理論 (静的許容場)

上記の各種せん断耐力(塑性理論を除く)は, 修正トラス理論を採用し, せん断補強筋負担分はトラス理論を用いており, ほぼ同じ式となっているのに対し, コンクリート負担分では, 実験式となっている. そこで, 数値ミュレーションに際しては, コンクリート負担分に着目した比較/検討を行った.

2. トラス理論と塑性理論

本章では, 設計せん断耐力式に用いられる代表的な手法であるトラス理論と Nielsen が提案した塑性理論について, 定式化過程を記した.

2-1 トラス理論

・古典トラス理論/塑性トラス理論:

斜めひび割れを有する鉄筋コンクリート梁は, トラスモデルに置き換えることにより, 耐荷機構を明快に表すことができる. このトラスモデルは, コンクリートの圧縮ストラット(斜めひび割れに沿った圧縮材)と腹鉄筋による引張斜材(スターループの場合は鉛直材)に上弦材及び下弦材を組み合わせたものである. すなわち,

引張斜材の引張力 T_w : 腹鉄筋を代表とする(鉄筋の角度を α とする)

上弦材/下弦材の引張力 N : 軸方向鉄筋, または圧縮域のコンクリートで構成される.

圧縮斜材(圧縮ストラット): 斜めひび割れの発生した腹部コンクリートは圧縮主応力方向(ひび割れ方向). その角度 θ とする.

以下にそのモデル化と解析法を示す. まず下弦材の長さ L を決める. せん断解析での有効高さを Z とすれば, $L=Z$

($\cot\theta + \cot\alpha$)のように表され、 $Z=jd$ ($j=7/8$)として与えられる。腹鉄筋を代表とする斜材の軸引張力 T_w 及び上弦材、下弦材の軸引張力 N は、釣合い条件から、 $V_s = T_w \sin\alpha$ 、腹鉄筋の分担せん断力 $2N = V_s \cot\theta$ 、上・下弦材の付加軸力のように容易に求めることができる。ここで斜材の軸力 T_w は、区間 L を通過する腹鉄筋が集合したものと想定するため、引張軸力の合計量 T_w は、以下の式で表す。

$$T_w = A_w f_{wy} \times (\text{区間 } L \text{ を通過する本数}) \\ = \frac{A_w f_{wy} z (\cot\theta + \cot\alpha)}{s}$$

ここで、 s は腹鉄筋の間隔を示す。上式の中で、 A_w は区間 s にある腹鉄筋の総断面積で、 f_{wy} はその降伏強度を表す。以上からせん断力 V_s は、以下のように表すことができる。

$$V_s = \frac{A_w f_{wy} z (\cot\theta + \cot\alpha) \sin\alpha}{s}$$

上式が、せん断耐荷力に対するせん断補強筋の寄与分であり、塑性トラスモデルによって導出される。また、せん断耐荷力を耐荷面積で除し、平均的なせん断強度として表すこともできる。

$$\tau_s \equiv \frac{V_s}{b_w d} = j p_w f_{wy} (\cot\theta + \cot\alpha) \sin\alpha$$

ここで、 p_w はせん断補強筋の鉄筋比を表し、 $p_w = A_w / b_w s$ で与えられる。通例、圧縮ストラット(腹部コンクリートの斜め圧縮材)は、簡単に $\theta = 45^\circ$ として用いられることが多く、この場合は以下の式で表せる。

$$V_s = \frac{A_w f_{wy} z}{s} (\sin\alpha + \cos\alpha) \quad (\text{折曲げ鉄筋の場合})$$

$$V_s = \frac{A_w f_{wy} z}{s} \quad (\text{鉛直スターラップの場合})$$

あるいは、強度表示(応力換算)に用いて表すと以下の式で表せる。

$$\tau_s = j p_w f_{wy} (\sin\alpha + \cos\alpha) \quad (\text{折曲げ鉄筋の場合})$$

$$\tau_s = j p_w f_{wy} \quad (\text{鉛直スターラップの場合})$$

ただし、せん断補強筋比は、 $p_w = A_w / b_w s$ とする。

・修正トラス理論:

上記の塑性トラス理論を実験結果に適用すると、実験値がトラス理論による計算値 V_s を上回ることが多く、このため、トラス理論の余剰分(other contribution)として、コンクリート寄与分 V_c が導入された。すなわち、せん断耐力 V_y を以下のような累加式によって表す。

$$V_y = V_s (\text{せん断補強筋による負担分}) + V_c (\text{コンクリート寄与分})$$

本文では、先述の古典トラス理論に対して、これを塑性トラス理論と呼ぶ。

コンクリート寄与分 V_c は、通例実験式によって表されることが多く、コンクリート強度、軸方向力、軸方向筋、部材の寸法効果などの影響因子を含むもので、多くの提案式がある(これについては、数値シミュレーションを実施し、考察している)。

2-2 塑性理論

塑性理論(plastic theory)は、鉄筋コンクリートを剛塑性体とみなし、塑性力学を応用することによって鉄筋コンクリート部材のせん断強度の解析を行っている。この解析方法は、動的可容な変位場をもたらす荷重(上界値)は実験値より大きく、静的可容な応力場をもたらす荷重(下界値)は小さく見積もるとしている。この理論は、一般には脆性材料とみ

なされているコンクリートを塑性体ととらえることで、せん断破壊のメカニズムを明確に想定し、これを理論的に追求しようとする点において、従来のトラス理論と大きく異なる点である。ここでは、静的許容場(下界値)に対して解析を行った。

・ 動的許容場(上界値):

コンクリートの降伏部を理想化した降伏線を仮定し、降伏線をもつ梁の変位を仮定する必要がある。その場合には、梁の形状、支持条件、降伏線の位置・形状などを想定して変位を仮定しなければならない。また、降伏線は、支点と載荷点を結ぶ直線より上方に位置しなければならない。このような変位を動的可容な変位という。以上からせん断応力 τ と斜材角 β の解が求まる。

$$\tau = 0.5 \times f'_c \left[\sqrt{1 + \tan^2 \beta} - \tan \beta \right] + (p_w f_{wy}) \cdot \tan \beta$$

$$\tan \beta = h/a$$

・ 静的許容場(下界値):

鉛直スターラップを持つ2点載荷の鉄筋コンクリート梁を考え、耐荷力の算定については次のような釣合い条件を満たすような応力場を仮定する必要がある。

2点載荷された単純梁を考え、静的許容場における下界値を求める。

腹部は、コンクリートの引張応力を無視した一定の角度 θ を持つ斜め圧縮材と鉛直スターラップで構成される。

材料は極限状態(完全塑性状態)を考える。すなわち、鉛直スターラップの応力は降伏強度 f_{wy} 、斜め圧縮材の応力は圧縮強度 f'_{wc} とする。

以上より、せん断耐力 τ および圧縮材の角度 θ についてのみ解を示すと、次のように比較的単純な算定式で示される。

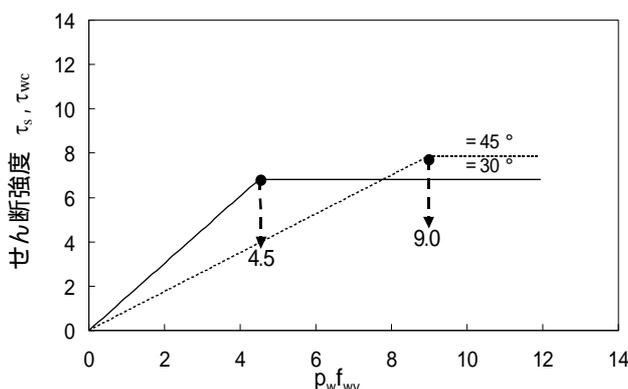
$$\tau = \sqrt{p_w f_{wy} (f'_{wc} - p_w f_{wy})} \quad ; p_w f_{wy} \leq \frac{1}{2} f'_{wc} \text{ のとき}$$

$$\tau = \frac{1}{2} f'_{wc} \quad ; p_w f_{wy} > \frac{1}{2} f'_{wc} \text{ のとき}$$

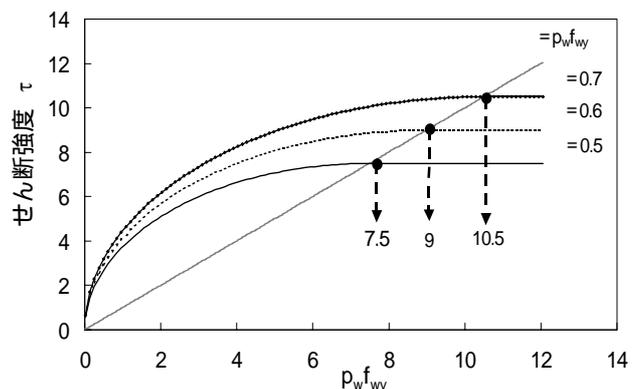
$$\tan \theta = \sqrt{\frac{\phi_w}{1 - \phi_w}}$$

$p_w f_{wy}$: せん断補強筋度 $f'_{wc} := \nu f'_c$ (有効圧縮強度)

コンクリートの斜め圧縮材は斜めひび割れの存在などにより、実際の圧縮強度より下回ることが多く、圧縮強度 f'_{wc} の代わりに有効圧縮係数 $\nu f'_c$ を用いるとする。斜めひび割れを発生したウェブコンクリートの圧縮強度が標準供試体による圧縮強度に達しないことを考慮している。Nielsenの報告によると、実験結果ともっとも近い解を与える ν の値は0.58~0.83の範囲で変動するが、 $\nu=0.7$ とすることで平均的に最も実験値に近いせん断強度が得られるとしている。



(a) 塑性トラス理論



(b) 塑性理論

図 - 1 数値シミュレーション結果-塑性トラス理論と塑性理論の比較

図 - 1(a)(b)は、せん断強度 v と力学的鉄筋比 $p_w f_{wy}$ との関係についてシミュレーションを行い、塑性トラス理論と塑性理論を比較したものである。どちらも力学的せん断補強筋比 $p_w f_{wy}$ の増加とともにせん断強度は上昇するが、やがて破壊モードの変化により頭打ちになるのがわかる。また、塑性トラス理論では、コンクリート圧縮斜材の角度 θ 、塑性理論では、有効圧縮係数 v の値を考慮することでせん断応力の評価に差異がみられる。

3. 各国のせん断耐力算定式

本章では比較を行うにあたり、対象とするせん断耐力式を 土木学会コンクリート標準示方書、鉄筋コンクリート造建物の終局強度型耐震設計指針、ACI Code Provision The European Concrete Standards in Practice 塑性理論(静的許容場)とした。以下に、各国の算定式とその特徴を述べた。

土木学会コンクリート標準示方書¹⁾

$$\text{棒部材の設計せん断耐力: } V_{yd} = V_{cd} + V_{sd} + V_{ped}$$

$$\text{コンクリート寄与分: } V_{cd} = \beta_d \beta_p \beta_n f_{vcd} b_w d / \gamma_c$$

$$\text{せん断補強筋負担分: } V_{sd} = \frac{A_w f_{wyd} z (\sin \alpha_s + \cos \alpha_s)}{S_s} / \gamma_s$$

$$\text{軸方向緊張材の負担分: } V_{ped} = P_{ed} \cdot \sin \alpha_p / \gamma_b$$

$\beta_d, \beta_p, \beta_n$: 有効高さ, 軸方向鉄筋, 軸方向力に関する係数, f_{vcd} : コンクリートのせん断強度, A_w : 区間 S_s におけるせん断補強筋の総断面積, f_{wyd} : せん断補強筋の設計降伏強度, Z : 有効高さ, α_s : せん断補強筋と部材軸のなす角度, $\gamma_c, \gamma_s, \gamma_b$: 部材安全係数, P_{ed} : 軸方向緊張材の有効引張力, α_p : 軸方向緊張材と部材軸とのなす角

この式は、二羽らが提案した算定式を発展させたものであり、コンクリート負担分に関して、せん断スパン比を考慮していたが、それに代わり軸方向力を考慮するとしている。せん断補強筋負担分は、トラス機構を用いており、圧縮ストラット角度を 45° と仮定している。コンクリート寄与分は、実験式から求められた経験式から算定され、有効高さ、軸方向鉄筋、軸方向力の影響を考慮した係数を用いている。また、係数に上限を定めることでコンクリート寄与分を大きく見積もらないとしている。

鉄筋コンクリート造建物の終局強度型耐震設計指針²⁾

$$\text{せん断耐力: } V_u = V_t + V_a$$

$$\text{トラス機構負担分: } V_t = B z p_w f_{wy} \cot \phi$$

$$\text{アーチ機構負担分: } V_a = \tan \theta (1 - \beta) B H v_o f'_c / 2$$

$\tan \theta = \sqrt{(a/H)^2 + 1} - a/H$: アーチ機構の圧縮ストラット角度, $\beta = \{(1 + \cot^2 \phi) p_w f_{wy}\} / (v_o f'_c)$, p_w : せん断補強筋比, f_{wy} : せん断補強筋の降伏強度, v_o : 有効係数, ϕ : トラス機構のコンクリート圧縮束の角度, B, z, a, H : 部材幅, 主筋中心間距離, 内法長さ, 全せい

建築学会では、せん断補強筋負担分をトラス機構、コンクリート負担分を Nielsen の下界定理によるアーチ機構から算定し、その累加式をせん断耐力としている。ここで、トラス機構に関して、圧縮ストラット角度を条件式により求めており、過大に耐力評価を行わないとしている。アーチ機構でも圧縮ストラット角度を求めており、ここでは主鉄筋による影響を考慮しないとしている。

ACI Code Provision³⁾

$$\text{精査式: } V_n = V_c + V_s$$

$$\text{コンクリート寄与分: } V_c = \frac{1}{6} (\sqrt{f'_c} + 100 \frac{p_w V_u d}{M_u}) b_w d \leq 0.3 \sqrt{f'_c} b_w d$$

$$\text{せん断補強筋負担分: } V_s = \frac{A_v f_y d}{s} (\sin \alpha + \cos \alpha)$$

M_u : 設計曲げモーメント, V_u : 設計せん断力, A_v : せん断補強筋の面積, f_y : せん断補強筋強度, d : 部材の有効高さ, s : せん断補強筋間隔, α : せん断補強筋と部材軸のなす角度

この式は, ACI (American Concrete Institute: アメリカコンクリート協会) で算定された式である. せん断補強筋負担分は, トラス機構を用いており, 土木学会とほぼ同様となっている. コンクリート寄与分は, 実験式から算定され, せん断スパン比, 主筋鉄筋比の影響を考慮している. また, 上限を右辺のように定め, 耐力を大きく見積もらないとしている.

The European Concrete Standards in Practice⁴⁾ (Euro Code)

$$\text{梁の強度式: } V_{RD} = V_{RD1} + V_{wd}$$

$$\text{コンクリート寄与分: } V_{RD1} = \left[\tau_{Rd} k (1.2 + 40 \rho_1) + 0.15 \sigma_{cp} \right] b_w d$$

$$\text{せん断補強筋負担分: } V_{wd} = \frac{A_{sw}}{s} 0.9 d f_{ywd}$$

τ_{RD} : 基本せん断強度 = $0.25 f_{ctk0.05} / \gamma_c$, $k = 1.6 - d \leq 1 (d \text{ in } m)$, ρ_1 : 軸方向鉄筋比, σ_{cp} : 設計軸応力, A_{sw} : フープ筋の断面積 (区間 s における), f_{ywd} : フープ筋の設計降伏強度

この式は, ドイツ, イギリス, オランダのコンクリート学会が合同プロジェクトで European Structural Concrete Code を使用するサポートツールとして 1996 年に発表されたものである. せん断補強筋は, トラス機構を用いており, コンクリート寄与分は, 実験式から算定され, 軸方向鉄筋, 設計軸応力の影響を考慮に入れているのが特徴となる.

塑性理論 (静的許容場)⁵⁾

$$\tau = \sqrt{p_w f_{wy} (f'_{wc} - p_w f_{wy})} \quad ; p_w f_{wy} \leq \frac{1}{2} f'_{wc}$$

$$\tau = \frac{1}{2} f'_{wc} \quad ; p_w f_{wy} > \frac{1}{2} f'_{wc}$$

$p_w f_{wy}$: 力学的鉄筋比 f'_{wc} : ($= \nu f'_c$) 有効圧縮強度 ν : 有効圧縮係数

この式は, Nielsen らが考案し, せん断補強筋負担分とコンクリート負担分を一つの式として表わし, 上限を定めるなど, トラス理論とは大きく異なった耐力算定式である. ここでは, コンクリート圧縮強度を有効圧縮係数に乗じることで表すことが特徴となっている.

4. 数値シミュレーション

各国において算定されているせん断耐力算定式を比較するため, 3 章で示した ~ 式を用いて数値シミュレーションを行った. ここで比較するパラメータは, 断面幅, 断面高さ, コンクリート圧縮強度, せん断補強筋比とし, 以下に示す実験諸元を用いた. また, 部材安全係数はすべて 1 とし, 塑性理論においての有効圧縮係数 ν を 0.7 とした.

表 - 1 2002 年はり班実験諸元

供試体パラメータ				軸方向鉄筋			せん断補強筋			
断面形状	載荷スパン	せん断スパン	有効高さ	降伏強度	弾性係数	鉄筋比	降伏強度	弾性係数	圧縮強度	鉄筋比
mm	mm	mm	mm	N/mm ²	N/mm ²	%	N/mm ²	N/mm ²	N/mm ²	%
200 × 150	1200	475	172.95	401	1.87 × 10 ⁵	4.59	337	1.86 × 10 ⁵	33.2	0.241

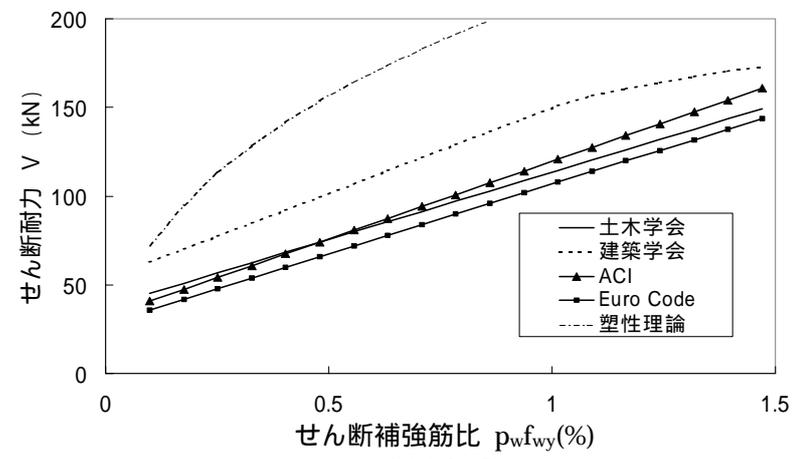
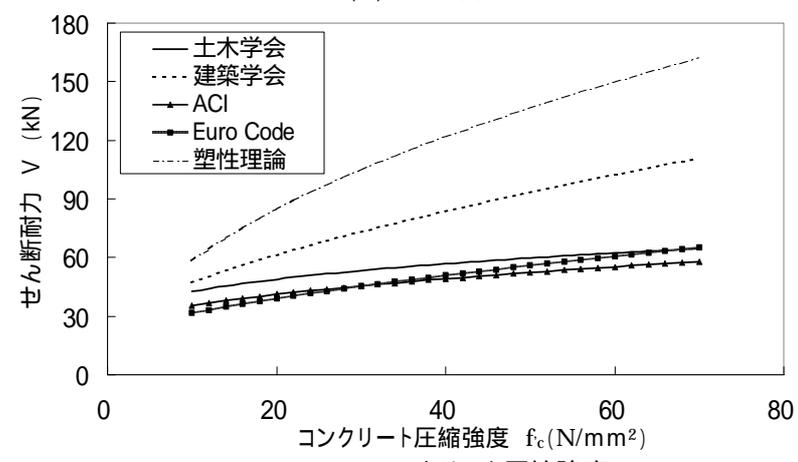
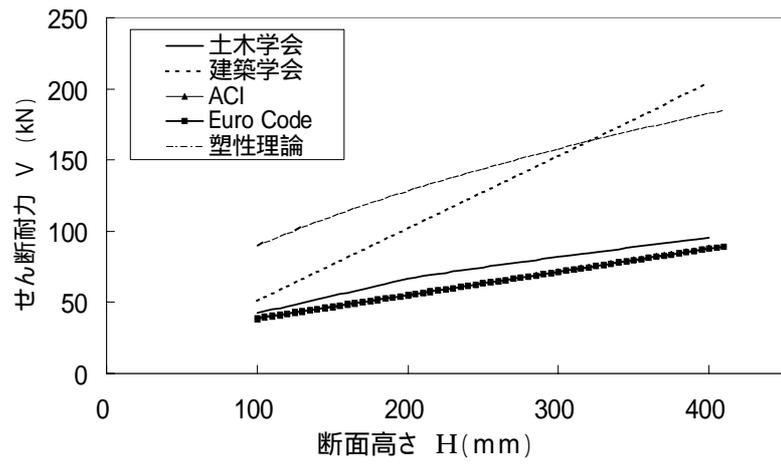
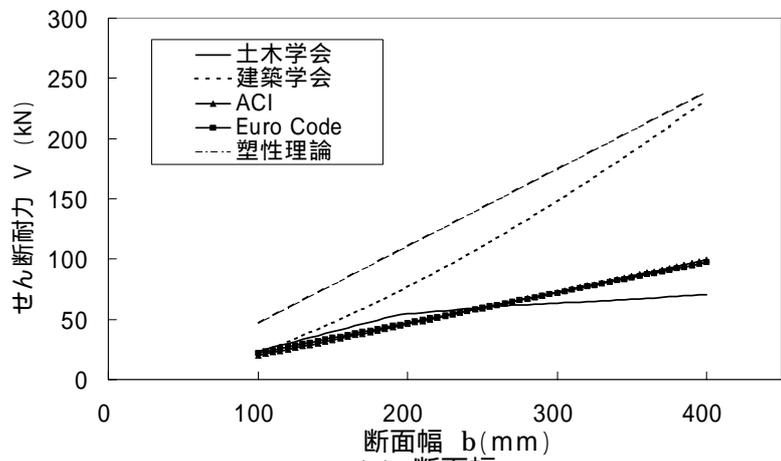
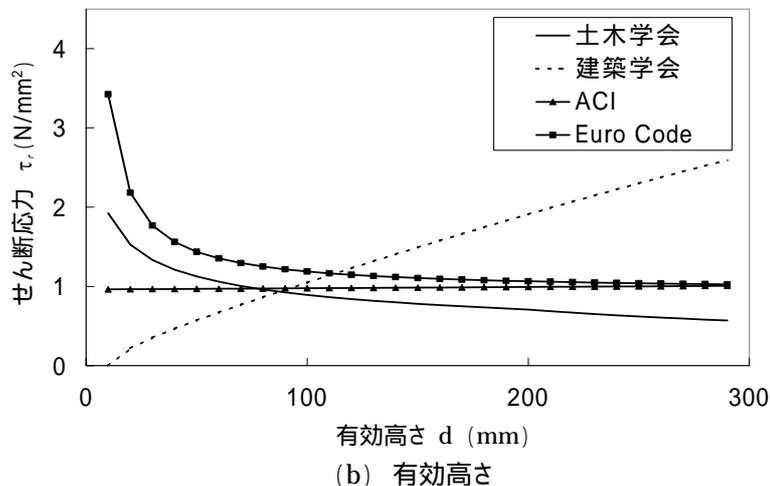
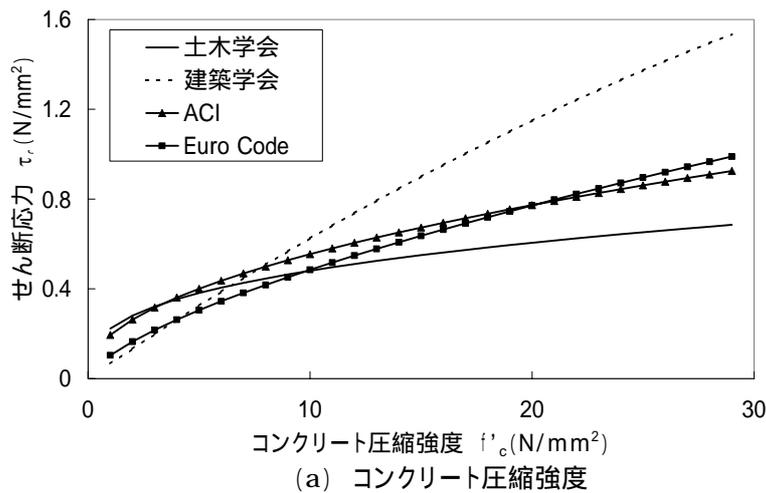


図 - 2 数値シミュレーション結果

図 - 2(a)に関して, ACI, Euro Code は初期値からの耐力増加はほぼ同じであり, 断面幅に対する評価は近いといえる. しかし, 土木学会では, 200mm を境に条件式による影響から耐力増加がゆるやかとなる. 建築学会では初期値は他式とほぼ同じ値であったが, パラメータの増加に伴い 1, 高い耐力を示した. 塑性理論でも建築学会と似た, 高い耐力評価となった. 図 - 2(b), 図 - 2(c) に関して, 実験式である土木学会, ACI, Euro Code は, ほぼ同じ耐力評価を示したのに対し, 理論式である建築学会, 塑性理論では実験式よりも高い耐力評価となった. 図 - 2(d) では, 土木学会, Euro Code が同じ耐力の増加傾向を示したが, ACI ではパラメータの増加に伴い, 実験式のなかでも高い耐力評価となった. また, 建築学会では, パラメータの増加に伴い, トラス機構負担分が徐々に減少していき, アーチ機構負担分のみでの耐力評価となり, 実験式に近い耐力評価となった. 5 章では, 各国において異なった算定法を用いているコンクリート負担分に着目し, 比較, 検討を行った.

5. コンクリート負担分に関する検討

各国において, せん断補強筋負担分はトラス理論を用いており, ほぼ同じ式となっているが, コンクリート負担分では, 実験式もしくは理論式と, 異なった算定式となっている. このことから, 各国におけるコンクリート負担分の評価は耐力を算定するのに重要な項目となっている. 本章では, このコンクリート負担分に着目し, パラメータの影響を簡潔に表すため, せん断耐力を応力表示に変換させて数値シミュレーションを行った. ここで比較するパラメータは, コンクリート圧縮強度, 有効高さ, 主鉄筋比, せん断スパン比, 軸応力とした. 今回, 塑性理論は, せん断補強筋負担分とコンクリート負担分を一つの算定式により表すため, ここでは除外した.



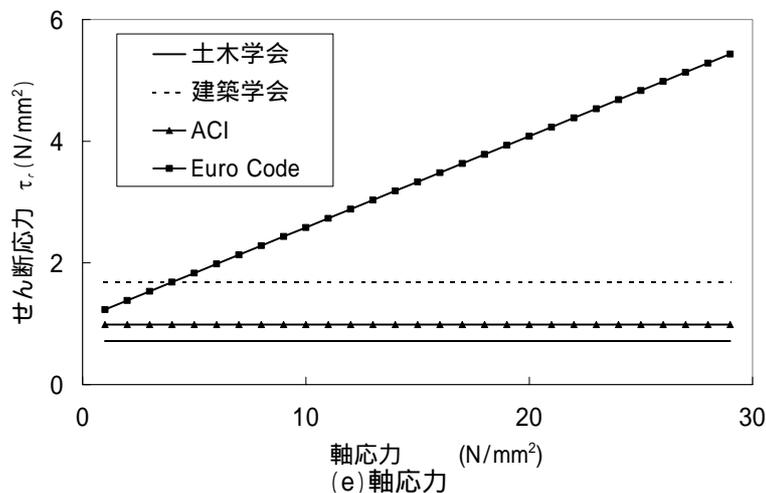
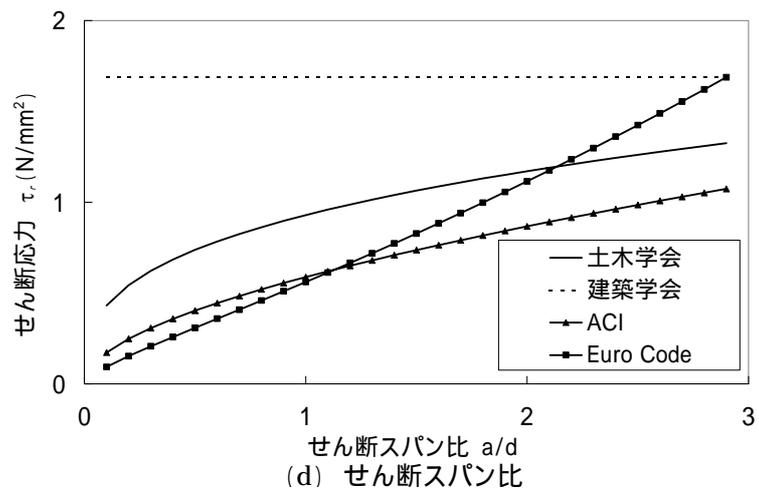
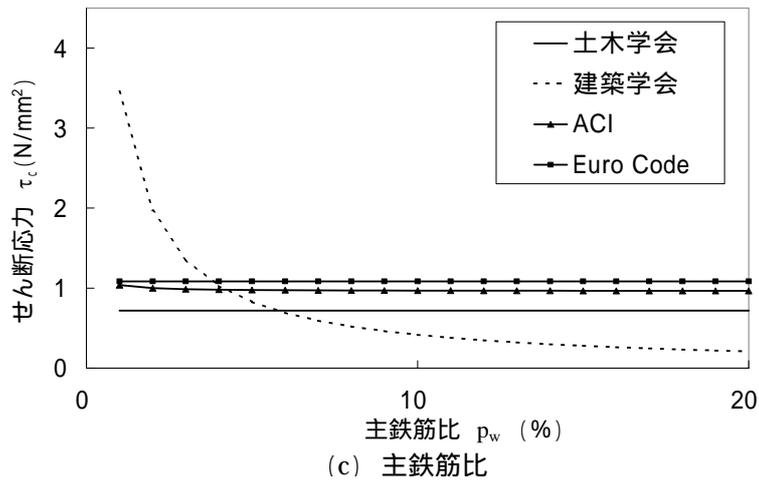


図 - 3 コンクリート負担分の数値シミュレーション結果

図-3(a)において、建築学会は、パラメータの増加に伴い、ほぼ一定の応力増加となった。これは、建築学会がアーチ機構による理論式からなり、コンクリート強度を圧縮側として扱うため、引張側として扱う実験式よりも高いせん断応力評価となっている。一方、土木学会、ACI、Euro Code は、どれも似た増加傾向を示すが、パラメータの増加に伴い、徐々にせん断応力の増加に頭打ちがみられた。これは、せん断応力を算出するのにあたり、コンクリート強度を過大に評価しないためだと考えられる。また、実験式では、コンクリート強度を引張側として扱うため理論式と比べる低い応力評価となった。図-3(b)では、Euro Code がパラメータの増加に伴い、 1N/mm^2 に収束し、土木学会も Euro Code と同じ傾向がみられ、せん断応力が0に近づくなどせん断応力を低く評価している。図-3(c)において、建築学会は、主鉄筋比を考慮しないため一定値を示した。また、パラメータの増加に伴い、実験式の式は応力増加の傾向がみられ

たが土木学会, ACIは徐々に頭打ちがみられた. 図-3(d)でのせん断スパンを考慮しているのは建築学会とACIのみであり, 建築学会がパラメータの増加に伴い, せん断応力の減少がみられるのに対し, ACI では微小な応力減少がみられた. 図-3(e)は, 軸応力をパラメータに用いているのは ACI のみであり一定の増加傾向がみられた.

5. まとめ

本論では, 各国においてせん断補強筋負担分とコンクリート負担分の累加式からなる, せん断耐力式について比較を行った. 理論式である建築学会と塑性理論では, 実験式である土木学会, ACI及び, Euro Codeよりも高い耐力評価となった. 条件式を定めている土木学会, 建築学会では, パラメータによって, 耐力を高く見積もらないとしている. また, 各式ともせん断補強筋負担分は, トラス理論から算定されており, ほぼ同じ式となっているのに対し, コンクリート負担分は実験式もしくは理論式と, 異なった算定式となっている. よって, 各国のコンクリート負担分の評価が耐力算定に重要な項目になると考えられ, 応力表示に変換させた数値シミュレーションを行った. コンクリート強度に関して, 建築学会ではアーチ機構による理論式から算出され, コンクリート強度を圧縮側の強度として扱っているため他の式に比べて高いせん断耐力となった. 一方, 土木学会, ACI, Euro Code では実験式を用い, パラメータの増加によってせん断応力の頭打ちがみられ, 引張側の強度として扱うため理論式よりも低い応力評価となった. 有効高さ, 主鉄筋比に関しては, 実験式である土木学会, ACI, Euro Code が近い応力変化を示したことから, 応力評価はほぼ同じといえる. しかし, 理論式である建築学会では, 応力の増加傾向がみられた. せん断スパン比に関しては, 建築学会がパラメータの増加に伴い, 高い応力減少となったのに対し, ACI では微小な応力減少になったことから考慮の仕方に違いがみられた. 軸応力に関しては, Euro Code のみが考慮しているため他式は一定の応力評価となった. せん断補強筋負担分とコンクリート負担分の累加式では, パラメータの耐力評価を実験式の式ともほぼ同じ値となったが, コンクリート負担分のみに関しては, 各式によって評価に違いがみられた. また, 理論式である建築学会でも実験式とは異なった評価がみられた.

参考文献

- 1) 土木学会, コンクリート標準仕方書[構造性能照査編], 丸善(株), 2002. 3
- 2) 日本建築学会, 鉄筋コンクリート造建物の終局強度型耐震設計指針・同解説, 1990. 11
- 3) ACI-ASCE Committee 426, The Shear Strength of Reinforced Concrete Members, ASCE St. Div. vol.99, ST6, June 1973
- 4) A.W.Beeby and R.S.Narayanan, Designers Handbook to Eurocode2, Thomas Telford, 1995
- 5) 吉川弘道, 鉄筋コンクリートの解析と設計(限界状態設計法の考え方と適用), 丸善(株), 1995