

RC 断面の曲げモーメント - 曲率関係と断面靱性の評価

- ファイバーモデルによる数値シミュレーション -

武蔵工業大学構造材料研究室

牧原 成樹 白子 将則 吉川 弘道

Key Words: ファイバーモデル, 断面靱性率

1. はじめに

鉄筋コンクリート(以下, RC)の破壊形式として, 曲げ破壊, 曲げせん断破壊, せん断破壊がある. 曲げ破壊は他の破壊形式よりも靱性に富んでおり, 主鉄筋降伏後もある程度の変形に対して耐力を保持し, 延性的な破壊に至る. 破壊形式の判定を考慮するために曲げ変形解析は重要な役割をもつ.

本論では, 断面靱性評価に着目し, 複鉄筋断面に関しては, コンクリート強度, 引張鉄筋比, 圧縮鉄筋比, 軸圧縮応力度を, 側方鉄筋断面に関しては側方鉄筋量をパラメータとし断面靱性率に与える影響をファイバーモデルによる数値解析を行い, 比較検討した.

2. ファイバーモデルにおける基本式¹⁾

(1) ファイバーモデルは部材断面を中立軸に平行に分割したものを各分割断面で解析をおこなう手法であり, 簡易的に部材の非線形解析を算出できる.

ファイバーモデルでは, 計算を簡易化するために, 以下のように仮定を行う.

- 1) 変形する前に平面である部材断面は, 変形後も平面である. (平面保持の仮定)
- 2) 分割した各微小要素内における応力およびひずみは一定とする.
- 3) せん断変形は考慮しない.
- 4) 鉄筋とコンクリートの付着は完全とする.
- 5) 材料の応力 - ひずみ関係は既知とする.

断面を各層状に分割することによる軸力と曲げモーメントは次式でえられる.

(2) 基本式

$$N = \int_A \sigma_x dA = \sum_{i=1}^n \sigma_{c,i} A_{c,i} + \sum_{i'=1}^{n'} \sigma_{s,i'} A_{s,i'}$$
$$M = \int_A \sigma_x y dA = \sum_{i=1}^n \sigma_{c,i} y_i A_{c,i} + \sum_{i'=1}^{n'} \sigma_{s,i'} y_{i'} A_{s,i'}$$

ここで $\sigma_{c,i}$: i 番目のコンクリート要素に働く応力, $\sigma_{s,i'}$: i' 番目の鉄筋要素に働く応力, $A_{c,i}$: i 番目のコンクリート要素の面積, $A_{s,i'}$: i' 番目の鉄筋要素の面積, y_i : i 番目のコンクリート要素から図心までの距離, $y_{i'}$: i' 番目の鉄筋要素から図心までの距離, n : 断面の分割数, n' : 軸方向鉄筋の本数

まず軸圧縮力 N_0 によるひずみ ε_0 の計算を行う。軸方向の釣り合いは次のようになる。

$$N_0 = \sum_{i=1}^n \sigma_{c,i}(\varepsilon_0) A_{c,i} + \sum_{i'=1}^{n'} \sigma_{c,i'}(\varepsilon_0) A_{s,i'}$$

次に、図1のように圧縮ひずみ ε_{c0} と中立軸位置 y_0 を仮定することにより、ひずみ分布と応力分布を算出する。よって、合力はそれぞれ次式のように表すことができる。

$$\text{コンクリートの合力} : F_c = \sum_{i=1}^n \sigma_{c,i}(\varepsilon_i) A_{c,i} = C_c + T_c$$

$$\text{鉄筋の合力} : F_s = \sum_{i'=1}^{n'} \sigma_{s,i'}(\varepsilon_{i'}) A_{s,i'} = C_s + T_s$$

ここで、 C_c : コンクリートの圧縮合力、 T_c : コンクリートの引張合力、 C_s : 鉄筋の圧縮合力、 T_s : 鉄筋の引張合力

断面の合力と外力軸方向力 N_0 の釣り合い条件が満足するまで、中立軸位置 y_0 を変化させ収束計算を行う。釣り合い式は、次式になる。

$$\text{軸方向の釣り合い} : N_0 = F_c + F_s$$

軸方向の釣り合い状態を満たすとき、図心まわりのモーメントの釣り合いは次式となる。

$$\text{モーメントの釣り合い} : M = \sum_{i=1}^n \sigma_{c,i}(\varepsilon_i) y_i A_{c,i} + \sum_{i'=1}^{n'} \sigma_{s,i'}(\varepsilon_{i'}) y_{i'} A_{s,i'}$$

曲率 ϕ は、軸方向の釣り合いを満足する中立軸位置と圧縮ひずみより、次式で表される。

$$\phi = \frac{\varepsilon_{c0}}{y_0}$$

さらに、圧縮縁ひずみを増加させ、終局まで繰り返し計算を行う。ここで終局は、最外縁圧縮鉄筋位置におけるコンクリートのひずみが終局ひずみに達した時点とした。

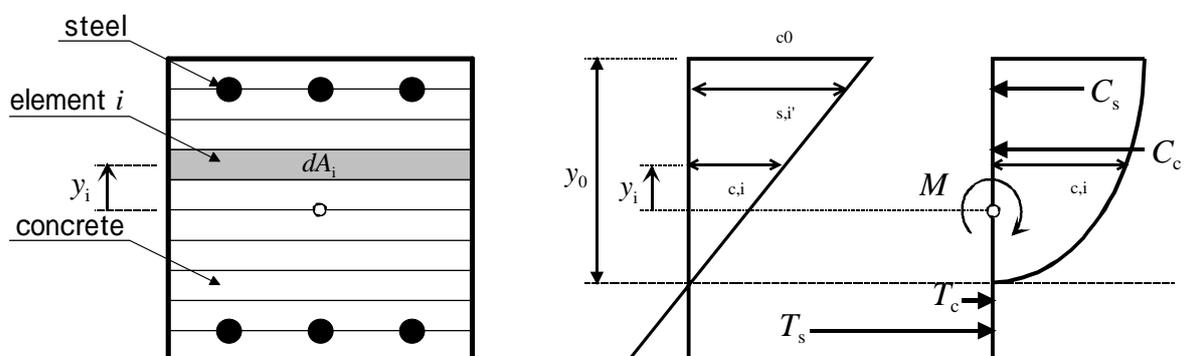


図1 断面図のひずみ分布と応力分布図

(3)算出フローチャート²⁾

図2に M - 関係のフローチャートを示す.

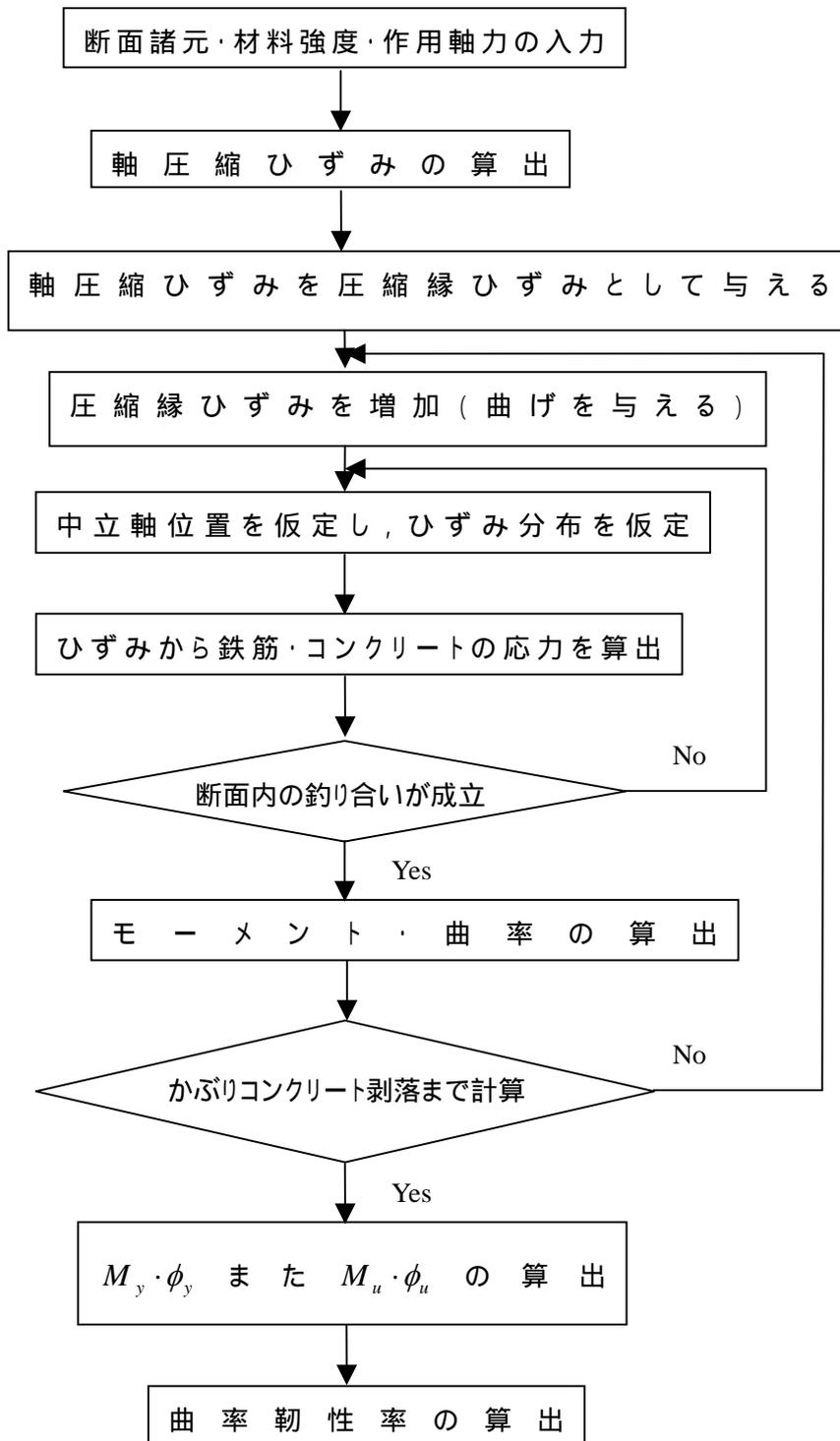


図2 M - 関係のフローチャート

3 材料構成則³⁾

(1) 土木研究所式

応力 - ひずみ関係より, ピーク時のひずみ, 終局ひずみ, 下降勾配に影響し, ピーク以降は下降勾配で終局圧縮ひずみにいたる. また, 帯鉄筋の拘束効果を考慮する. 以下に土木研究所式, また図3に帯鉄筋体積比をパラメータとおいたときの応力 - ひずみ曲線を示す. (記号については, 原論文 [3] をそのまま用いている)

$$\sigma_c = E_c \varepsilon_c \left\{ 1 - \frac{1}{n} \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \right)^{n-1} \right\} \quad (0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cc})$$

$$\sigma_c = \sigma_{cc} - E_{des} (\varepsilon_c - \varepsilon_{cc}) \quad (\varepsilon_{cc} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu})$$

$$n = \frac{E_c \varepsilon_{cc}}{E_c \varepsilon_{cc} - \sigma_{cc}}$$

$$\sigma_{cc} = \sigma_{ck} + 3.8 \alpha \rho_s \sigma_{sy}$$

$$\varepsilon_{cc} = 0.002 + 0.033 \beta \frac{\rho_s \sigma_{sy}}{\sigma_{ck}}$$

$$E_{des} = 11.2 \frac{\sigma_{ck}^2}{\rho_s \sigma_{sy}}$$

$$\varepsilon_{cu} = \varepsilon_{cc} \quad (\text{タイプ 地震動})$$

$$\varepsilon_{cu} = \varepsilon_{cc} + \frac{0.2 \sigma_{cc}}{E_{des}} \quad (\text{タイプ 地震動})$$

$$\rho_s = \frac{4 A_h}{s \cdot d_h} \leq 0.018$$

σ_c : コンクリート応力度 (N/mm^2)

σ_{cc} : 横拘束筋で拘束されたコンクリートの強度 (N/mm^2)

σ_{ck} : コンクリートの設計基準強度 (N/mm^2)

ε_c : コンクリートのひずみ

ε_{cc} : コンクリートが最大圧縮応力に達する時のひずみ

ε_{cu} : 横拘束筋で拘束されたコンクリートの終局ひずみ

E_c : コンクリートのヤング係数 (N/mm^2)

E_{des} : 下降勾配 (N/mm^2)

ρ_s : 横拘束筋の体積比

A_h : 横拘束筋1本あたりの断面積 (mm^2)

s : 横拘束筋の間隔 (mm)

d_h : 横拘束筋の有効長 (mm)

σ_{sy} : 横拘束筋の降伏点 (N/mm^2)

α, β : 断面補正係数

円形断面 $\alpha = 1.0$ $\beta = 1.0$

矩形断面 $\alpha = 0.2$ $\beta = 0.4$

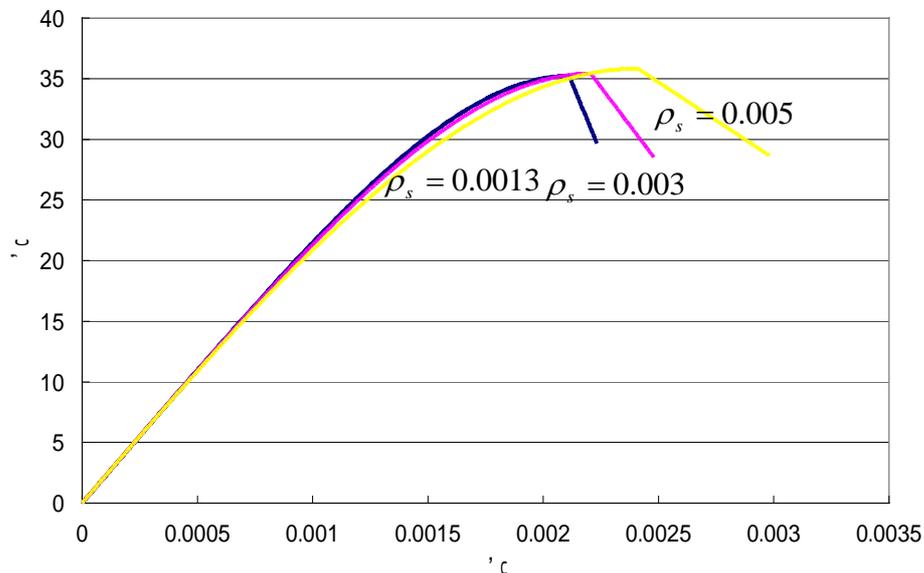


図3 ρ_s をパラメータとしたときの土木研究所式による応力 - ひずみ曲線

図3より, 横拘束筋の体積を増加させた場合, 最大応力値の変化は見られないが終局ひずみの値が増加しているのがわかる. また終局ひずみにいたる勾配も急勾配から緩やかな勾配になっている.

(2)トリリニアモデル

引張降伏，圧縮降伏以降は硬化開始ひずみに至るまでは一定値をとるが，硬化開始ひずみ以降はひずみ硬化域になることにより勾配が変わるモデルで，3つの直線で表す．以下にトリリニアモデルの式，図4に応力 - ひずみ曲線を示す．

$$\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s \quad (0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_y)$$

$$\sigma_s = f_y \quad (\varepsilon_y \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sh})$$

$$\sigma_s = f_y + (1 - \exp(\varepsilon_{sh} - \varepsilon)/k) \cdot (1.01 f_u - f_y) \quad (\varepsilon_{sh} \leq \varepsilon_s)$$

E_s : 軸方向筋のヤング係数 (N/mm^2)

ε_y : 軸方向筋降伏ひずみ

f_y : 軸方向筋降伏強度 (N/mm^2)

ε_{sh} : 軸方向筋硬化開始ひずみ

f_u : 軸方向筋破断強度 (N/mm^2)

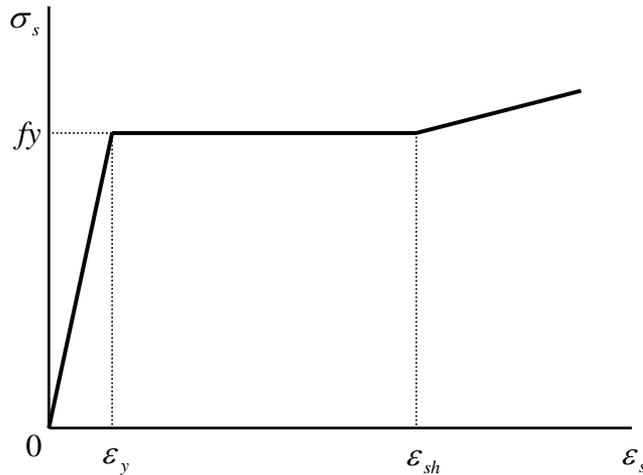


図4 トリリニアモデルの応力 - ひずみ曲線

4. 数値シミュレーション

RC 柱断面を対象とし断面靱性評価に影響を与えると考えられる複鉄筋断面のパラメータとしてコンクリート強度，引張鉄筋比，圧縮鉄筋比，軸圧縮応力度，また側方鉄筋断面に関しては側方鉄筋量をパラメータとし，数値解析を行った．図5に構造図と配筋図，表1に複鉄筋断面におけるパラメータ，表2に側方鉄筋断面におけるパラメータを示した．構造条件は，断面 320×320 (mm)，せん断スパン 1200 (mm)，有効高さ 296 (mm) とした．コンクリート構成則を土木研究所式，鉄筋の構成則をトリリニアモデルとした．

(1) 構造図とパラメータ

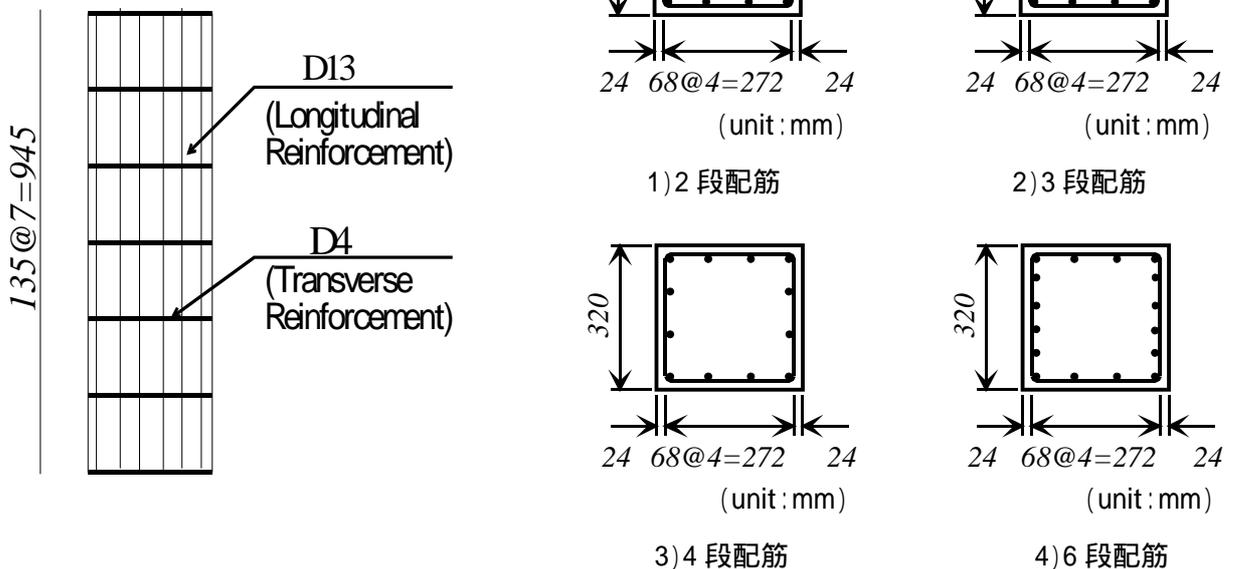


図5 構造図と配筋図

表1 複鉄筋断面のパラメータ

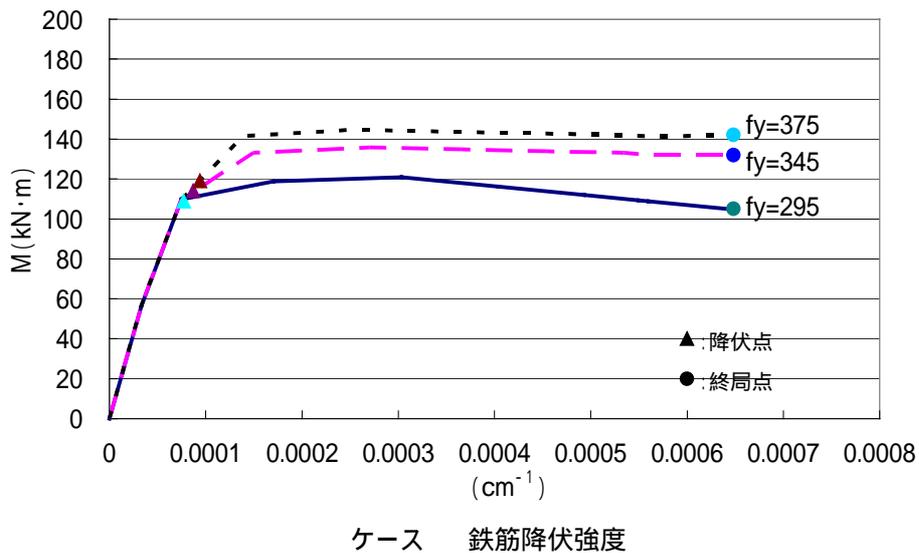
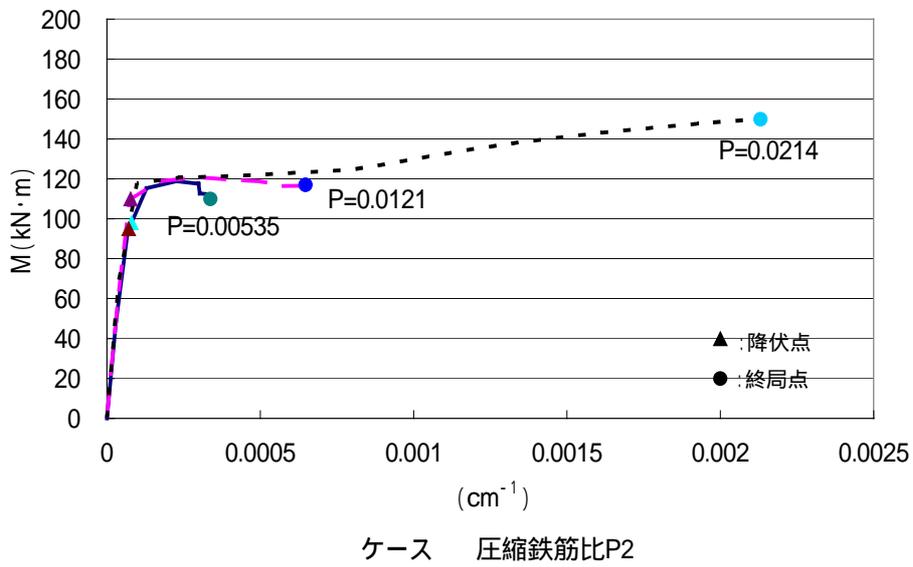
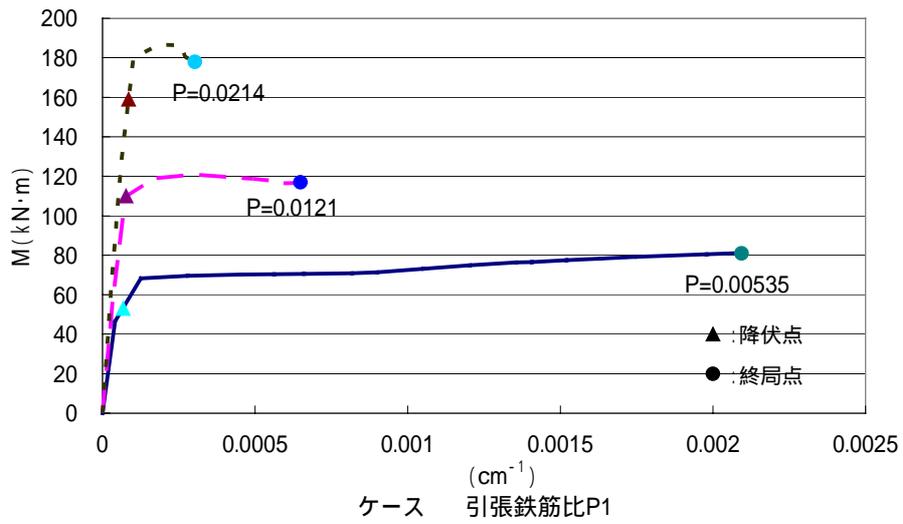
ケース	パラメータ	引張鉄筋比 P1	圧縮鉄筋比 P2	鉄筋降伏強度 f_y (N/mm ²)	コンクリート強度 f'_c (N/mm ²)	軸圧縮応力度 N' (N/mm ²)
標準モデル		0.0121	0.0121	295	35	2
	引張鉄筋比P1	0.00535 0.0121 0.0214	↓	↓	↓	↓
	圧縮鉄筋比P2	0.0121	0.00535 0.0121 0.0214	↓	↓	↓
	鉄筋降伏強度	↓	0.0121	295 345 375	↓	↓
	コンクリート強度	↓	↓	295	20 35 40	↓
	軸力	↓	↓	↓	35	0 1 2 3 4

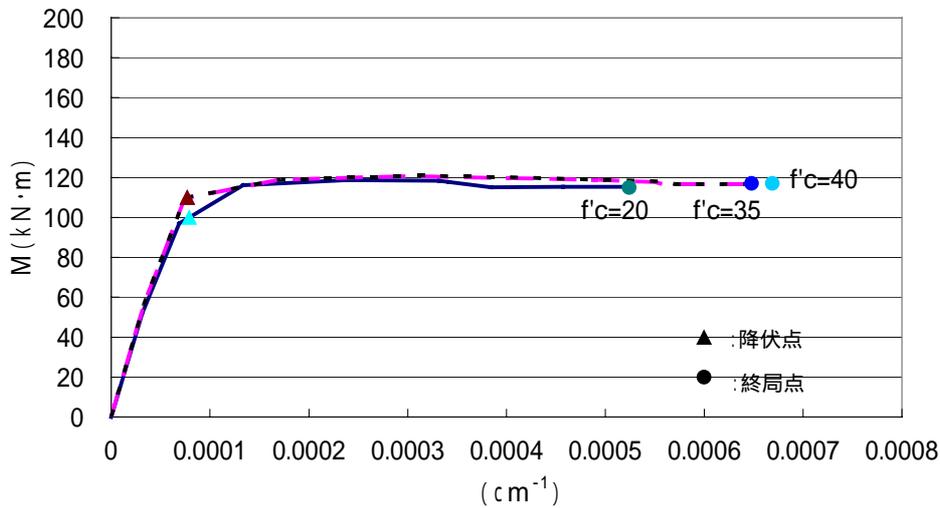
表2 側方鉄筋断面のパラメータ

ケース	パラメータ	軸方向鉄筋配筋	軸方向鉄筋本数	引張鉄筋比
	D13	2段配筋	8	0.011
		3段配筋	10	0.013
		4段配筋	12	0.016
		6段配筋	16	0.021
	D19	2段配筋	8	0.024
		3段配筋	10	0.030
		4段配筋	12	0.036
		6段配筋	16	0.048
	D25	2段配筋	8	0.043
		3段配筋	10	0.054
		4段配筋	12	0.064
		6段配筋	16	0.086

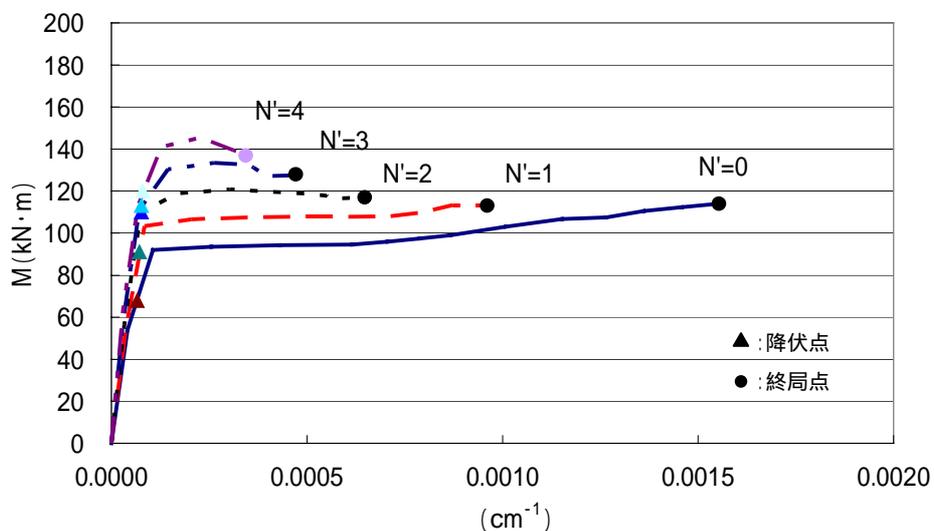
5. 解析結果および考察(その1:M- 関係)

(1) 複鉄筋断面のパラメータに関して, ケース から までの M - 関係図





ケース コンクリート強度



ケース 軸圧縮応力度変化N'

図6 複鉄筋断面の M - 関係

ケース に関して、引張鉄筋比を増加すると曲率は減少し、曲げモーメントは増加した。これより断面靱性率 (u/y) は減少することがわかる。また個々の変化量が顕著に現れることから引張鉄筋比は M - 関係に大きく関与することが確認できる。ケース では、圧縮鉄筋比を増加させると靱性率が増加していることがわかる。この原因として最外縁圧縮鉄筋位置におけるコンクリートひずみが圧縮鉄筋比の増加のため終局ひずみに達するのが遅くなったためだと考えられる。ケース は鉄筋降伏強度をパラメータとしているが、終局曲率の値が一定である。これは、トリニアモデルの定義のなかで引張降伏、圧縮降伏以降は硬化開始ひずみに至るまで一定をとるとあるが、先に最外縁圧縮鉄筋位置におけるコンクリートの圧縮ひずみがおきたために終局曲率の値が同じになった。トリニアモデルのひずみ硬化域よりも先にコンクリートひずみが終局になったためだと考えられる。ケース では、コンクリート強度を変化させたものであるが、ほぼ同じ値になっている。コンクリート強度は曲げ終局耐力に与える影響はわずかで、変化がみられない。ケース は軸圧縮応力度をパラメータとしたもので軸圧縮応力度を増加させると断面靱性率が低下する。これは、軸圧縮応力度が増加することにより曲率の変化量が小さくなるためである。このパターンはケース と類似している。以上より鉄筋比と軸圧縮応力度は M - 関係に影響することがわかった。

(2) 側方鉄筋のパラメータに関してケース からケース までの M - 関係図

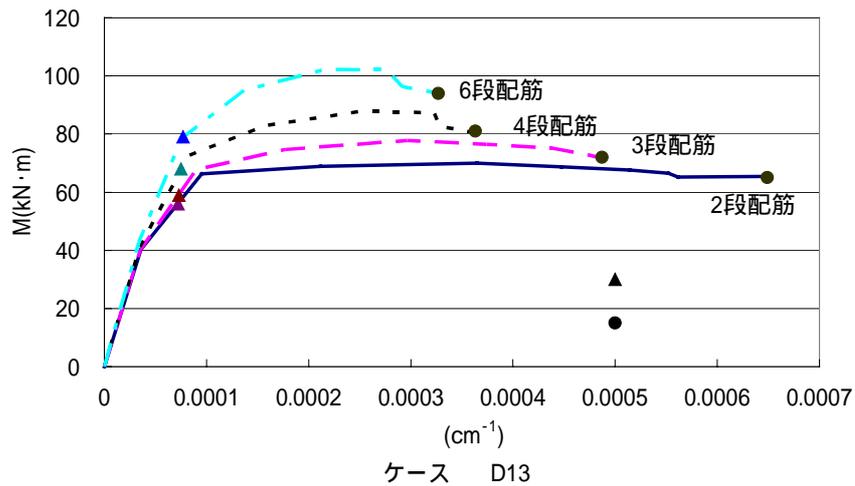
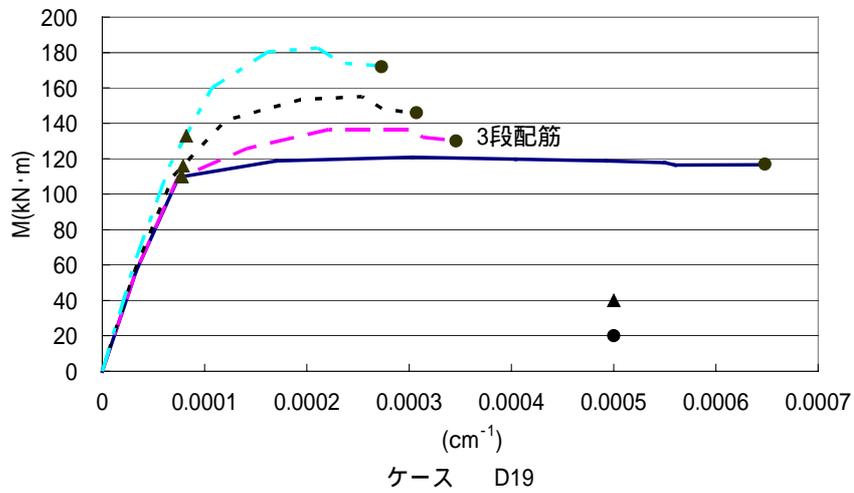
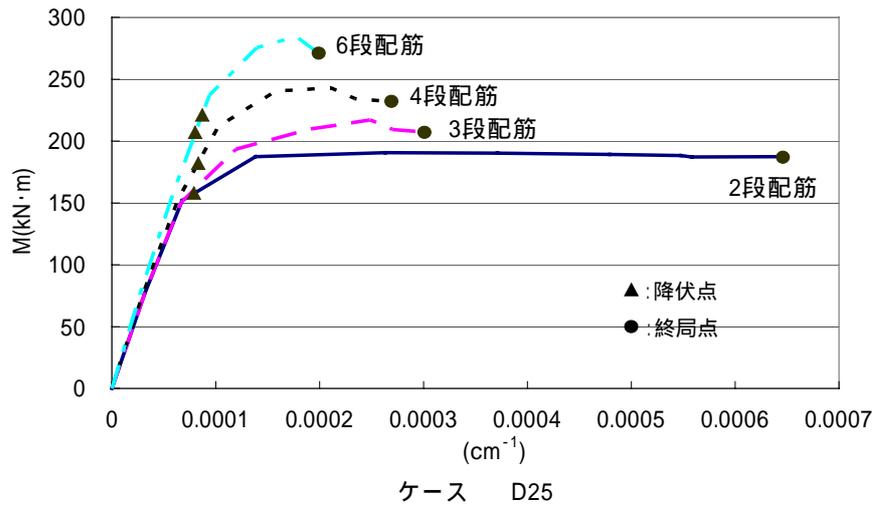


図7 複鉄筋断面の M - 関係

ケース からケース はそれぞれ軸方向鉄筋を 2 段配筋から 6 段配筋とおいたものである。ケース からケース を比較すると、軸方向鉄筋配筋の増加により鉄筋比が増加するためケース のように、断面靱性率が低下する。また、2 段配筋から 4 段配筋にかけて急激な終局曲率の変化は、鉄筋間隔で層状に分割した際の断面に対する影響が、複鉄筋断面と側方鉄筋断面で大きく変わることが確認できた。それ以降は急激な断面靱性率の減少はみられなかった。耐力の比較では、鉄筋比または段数を上げると増加がみられた。

6. 解析結果および考察(その2:断面の靱性評価)

(1) 曲げモーメント・曲率関係, 鉄筋比と曲げ耐力, 終局との関係について複鉄筋断面と側方鉄筋断面の比較図

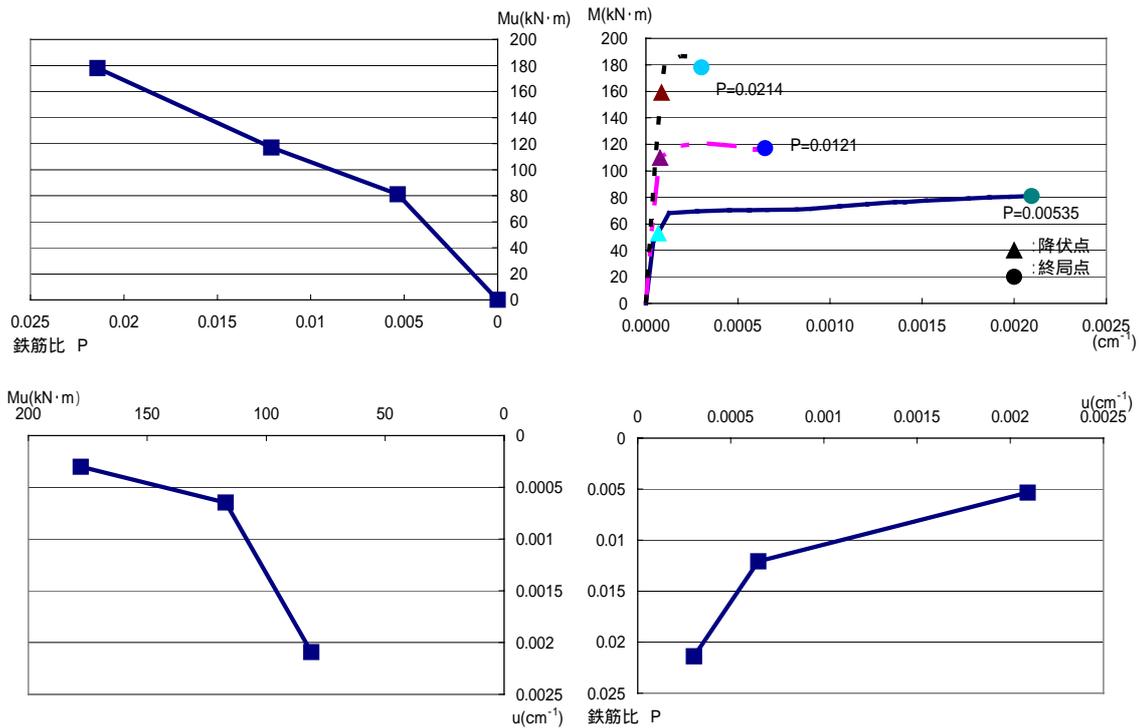


図8 複鉄筋断面の関係図

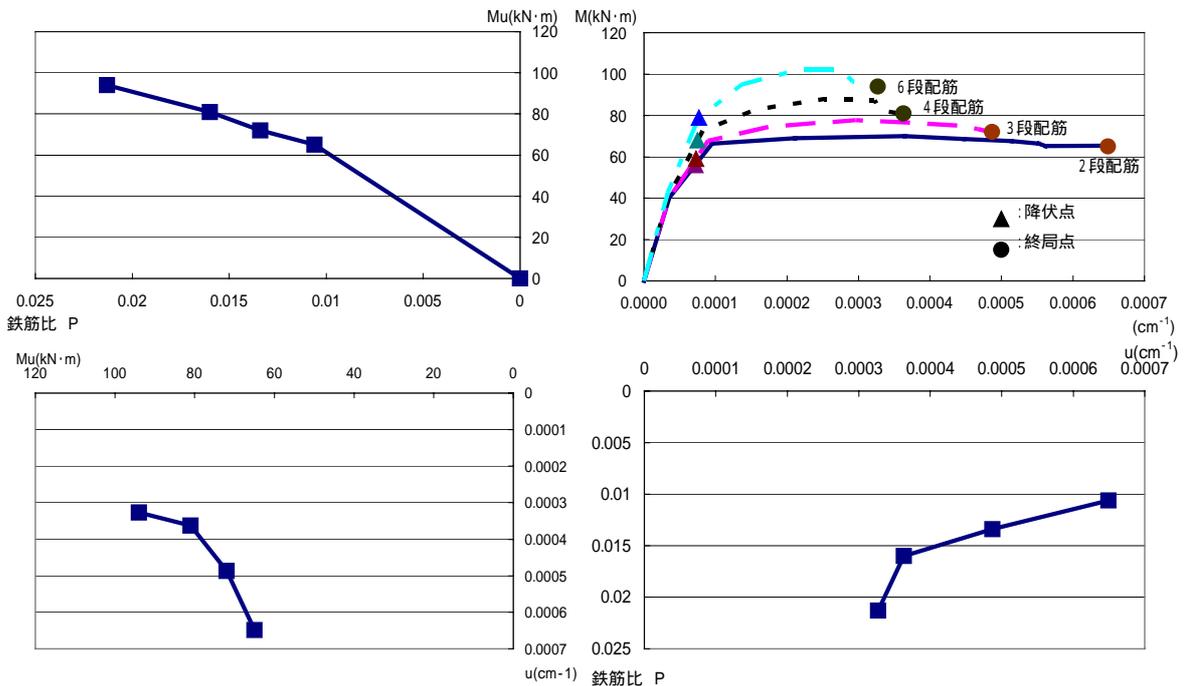


図9 側方鉄筋断面(D13)の関係図

図8, 図9は, 複鉄筋断面と側方断面に対し, 鉄筋比 P をパラメータとし, $M -$ 関係, 鉄筋比 - 終局曲げ耐力 (M_u)関係, 鉄筋比 - 終局曲率 (u)関係, $M_u - u$ 関係を表している. 4 つのグラフを比較すると鉄筋比を増加させると M_u の増加, u の減少がみられる. ここで複鉄筋断面は鉄筋比が変化すると終局曲率の低下が大きく急激な断面靱性率 (y/ u) の低下を引き起こす. 一方側方鉄筋断面は緩やかに低下している.

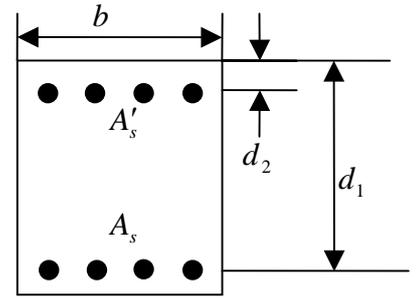
(2) 断面靱性率における引張鉄筋比の関係

断面靱性率と引張鉄筋比の関係を次式で表す。また図 10, 図 11 に断面靱性率と引張鉄筋比の関係図を示した

4) .

$$\frac{\phi_u}{\phi_y} = \frac{0.68E_s \varepsilon'_c f'_c}{f_y^2 (p_1 - p_2)} (1 - k)$$

ε'_c : コンクリートの圧縮ひずみ
 n : 弾性係数比 (E_s / E_c)
 E_s : 鉄筋の弾性係数 (ヤング率)



ここで,

$$k = \left[n^2 (p_1 + p_2)^2 + 2n \left(p_1 + \frac{d_2 p_2}{d_1} \right) \right]^{\frac{1}{2}} - n(p_1 + p_2)$$

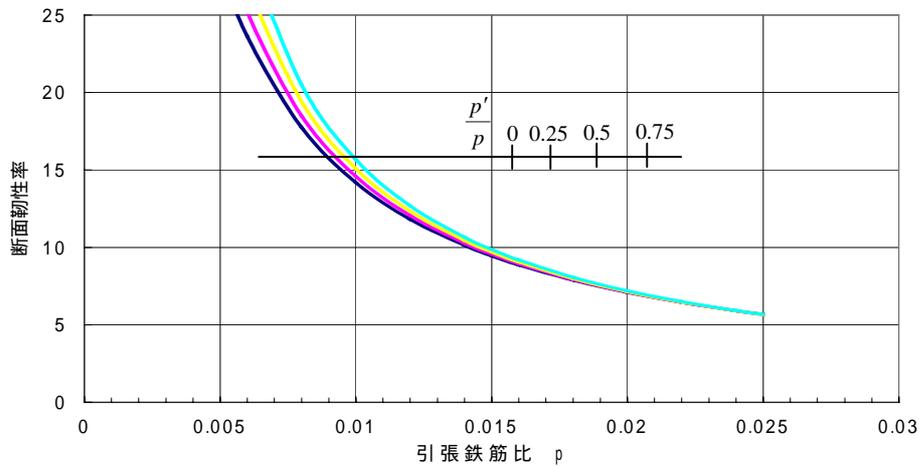


図 10 コンクリート強度 30 N/mm² の場合

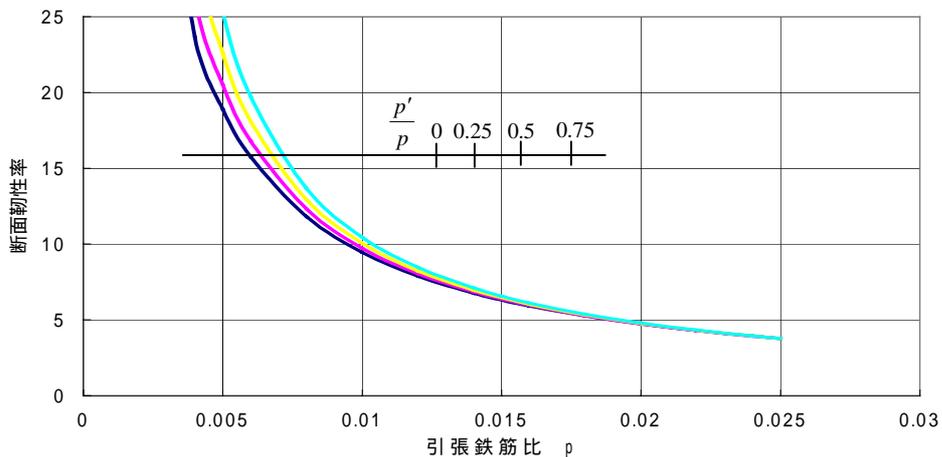


図 11 コンクリート強度 20 N/mm² の場合

図 10 と図 11 は、断面靱性率と引張鉄筋の関係を表したものである。p' は圧縮鉄筋比、p は引張鉄筋比を表し、パラメータを圧縮 / 引張の値としている。ここで引張鉄筋比 0.005 から 0.01 のとき断面靱性率の値にばらつきがみられても、引張鉄筋比が増加することにより、断面靱性率に低下がみられ収束し近似した値となった。コンクリート強度に関して、低強度の場合と高強度を比較すると、ある任意の引張鉄筋比に対し低強度の場合は断面靱性率の値が小さく、全体的に左寄りのグラフになっている。また、引張鉄筋比 0.025 に着目すると低強度のほうが小さい値をとることがわかる。

6.まとめ

鉄筋比や軸圧縮応力度を増加させると、終局曲率が低下し、曲げモーメントも増加するため断面靱性率は減少することが確認できた。主鉄筋降伏強度は鉄筋構成則に影響し、ファイバーモデルの終局の定義により終局曲率が同じ値になった。また、コンクリート強度の曲げ終局耐力の影響はわずかであった。

複鉄筋断面と側方鉄筋断面の関係図では、複鉄筋断面において鉄筋比を変化させると急激な断面靱性率の低下を引き起こすことが確認できた。一方側方鉄筋では、緩やかに低下しているので著しい断面靱性率の減少は見られない。

引張鉄筋比と断面靱性率の関係は、各パラメータに対し引張鉄筋比が増加すると靱性率の減少とともにある値で収束していくことがわかった。また高強度の場合は急激な断面靱性率の減少で、低強度は緩やかに低下していくことがわかった。

【参考文献】

- 【1】 渡辺耕平, 竹市八重子:ファイバーモデルによるRC単柱の非線形解析, 武蔵工業大学RC構造の耐震設計特論
- 【2】 池谷和之, 千嵐広子:RC柱における破壊形式の算定, 第3章, 平成8年度武蔵工業大学卒業論文
- 【3】 日本道路協会:道路橋示方書・同解析. 耐震設計編(平成14年改訂版)
- 【4】 吉川弘道:Webセミナー「鉄筋コンクリート構造物の耐震設計講座」

<http://www.civil-eye.com/report/kouza/yoshikawa/index.htm>