

[9] RC平板の面内せん断強度諸理論の統一的評価ならびにそれに基づく  
 新強度式の提案

正会員 吉川 弘 道 (間組技術研究所)  
 正会員 梅原 秀 哲 (名古屋工業大学)  
 正会員 田辺 忠 顕 (名古屋大学)

1. まえがき

面内力を受ける鉄筋コンクリート部材すなわち平面応力問題としての鉄筋コンクリート平板に関する諸理論が、壁式あるいは円筒状の重要構造物の建設にもなって、近年精力的に構築されるようになった。著者らはRC平板の終局せん断耐力に関する主要理論が比較できるように、各理論で異っている釣合い条件の場を、鉄筋・コンクリート・外力の応力マトリックス表示を使用して統一場に帰着せしめ、各理論の条件式は座標変換することによって、この統一場から容易に求め得ることを示した。これら諸理論のうちのいくつかは、弾塑性理論でいう多軸下における破壊則 (failure criterion) を形成するので、破壊則としての比較・考察も行った。また主要物理量を無次元量として用い、諸理論間との整合性および約70体におよぶ既往の実験結果との対比を行った。最終的には、主要理論に共通する定性的な特徴を基礎とし、実測結果との対応を勘案して、面内せん断に関する耐力式を提案した。

なお、RC平板の面内力に関する理論的研究については、既に青柳<sup>17)</sup>によってレビューがなされているが、極限解析や斜め圧縮場理論は取扱われていない。そこで、著者らはこれらの理論を中心として、面内せん断耐力に関する比較検討を行った。

2. 主要理論の統一場における比較

2.1 マトリックス表示による定式化

縦横の配筋網をもつRC平板の構造解析で問題となるのは、ひびわれ界面での応力伝達、鉄筋とコンクリートによる抵抗メカニズムの解明、破壊形式の推定などである。これらの挙動を荷重初期から追跡し、変形状も含めて解析を行おうとすると、きわめて複雑な問題となり、合理的なモデル化と適切な解析手法が必要である。しかし、面内応力を受けるRC平板に着目し、その終局荷重(極限耐力)の求解に限定すれば比較的簡単な解析となり、極限解析 (limit analysis) など多くのマクロモデルがこれにあたる。

面内せん断耐力に関する主要理論は、導出過程は異なるがその最終結果は基本的に共通する点が多く、統一的な視野に立って比較することはきわめて興味ある問題である。そこで著者らは応力に関するMohr円を使って、釣合い条件のみから諸算定式を誘導し得ることを示し、マトリックス表示による応力場でそれらの特徴を明らかにすることを試みた。解析対象は図-1に示すような面内力のみを受けるRC平板を考える。鉄筋はxy方向に直交配筋され、これに対して主応力の方向を $\alpha$ 、ひびわれの方向を $\beta$ とし、反時計回りを正とする。このような解析では付着破壊や局部破壊は考えず、鉄筋網は充分密に配置された一様な応力状態を仮定するのが通例となっている。各材料ならびに外力の局所座標系で表す応力マトリックスは次式で示される。

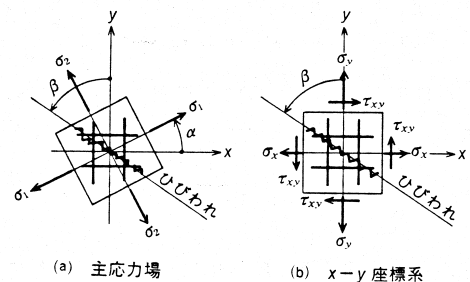


図-1 面内力を受けるRC平板

$$[\bar{\sigma}_s] = \begin{pmatrix} R_x & 0 \\ 0 & R_y \end{pmatrix}, \quad [\bar{\sigma}_c] = \begin{pmatrix} \sigma_n & \tau_c \\ \tau_c & -\sigma_c \end{pmatrix}, \quad [\bar{F}_1] = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_2 \end{pmatrix}, \quad [\bar{F}_2] = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 $[\bar{\sigma}_s]$  は鉄筋方向 (xy方向) における両方向筋の応力マトリックスであり、 $[\bar{\sigma}_c]$  はひびわれ方向にお

けるコンクリートの応力マトリックス,  $[\bar{F}_1]$ ,  $[\bar{F}_2]$  は外力について主応力方向および x y 軸方向でみたものである。これらを表-1に示す。Rx, Ry は鉄筋の等価応力 (equivalent stress) で, x y 方向の鉄筋比を px, py, 鉄筋応力を  $\sigma_{sx}$ ,  $\sigma_{sy}$  とすると,  $R_x = p_x \sigma_{sx}$ ,  $R_y = p_y \sigma_{sy}$  で与えられる。また両方向鉄筋の等価応力が等しい時, これを  $R = R_x = R_y$  とおき, 本文ではこれを等方鉄筋と呼ぶ。一般にこれらの主軸は一致せず, 主応力方向  $\alpha$ , ひびわれ方向  $\beta$  は未知となっている。耐力式の算定においては, 想定する破壊形式に従って, 例えば鉄筋の場合は  $R = p f_y$ , コンクリート圧壊が先行する場合は  $\sigma_c = f_c$  とすればよい。(fcはコンクリートの圧縮強度, fyは鉄筋の降伏強度を示す。)この応力マトリックスの違いおよび未知量のとり方により, 諸理論ならびにその算定式を説明することができる。まず釣合い条件式を得るには, 適当な共通座標を選択して, 下式のようにすればよい。

表-1 各応力マトリックス

種別	モデルの仮定	Mohrの応力円	局所座標での応力マトリックス	座標変換後の応力マトリックス
鉄筋			$[\bar{\sigma}_s] = \begin{bmatrix} R_x & 0 \\ 0 & R_y \end{bmatrix}$	$[\sigma_s]_\theta = \begin{bmatrix} R_x \cos^2 \theta + R_y \sin^2 \theta & (R_x - R_y) \sin \theta \cos \theta \\ (R_x - R_y) \sin \theta \cos \theta & R_x \sin^2 \theta + R_y \cos^2 \theta \end{bmatrix}$
コンクリート			$[\bar{\sigma}_c] = \begin{bmatrix} \sigma_n & \tau_c \\ \tau_c & -\sigma_c \end{bmatrix}$	$[\sigma_c]_\theta = \begin{bmatrix} -\tau_c \sin 2\theta - \sigma_n \sin^2 \theta & \tau_c \cos 2\theta + \frac{1}{2}(\sigma_n - \sigma_c) \sin 2\theta \\ \tau_c \cos 2\theta + \frac{1}{2}(\sigma_n - \sigma_c) \sin 2\theta & \tau_c \sin 2\theta - \sigma_n \cos^2 \theta \end{bmatrix}$ ( $\sigma_n = 0$ として示した。)
外力			$[\bar{F}_1] = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_2 \end{bmatrix}$	$[F_1]_\theta = \begin{bmatrix} \sigma_1 \cos^2 \theta + \sigma_2 \sin^2 \theta & (\sigma_1 - \sigma_2) \sin \theta \cos \theta \\ (\sigma_1 - \sigma_2) \sin \theta \cos \theta & \sigma_1 \sin^2 \theta + \sigma_2 \cos^2 \theta \end{bmatrix}$
力			$[\bar{F}_2] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{bmatrix}$	$[F_2]_\theta = \begin{bmatrix} \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta - 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta & (\sigma_x - \sigma_y) \sin \theta \cos \theta + \tau_{xy}(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \\ (\sigma_x - \sigma_y) \sin \theta \cos \theta + \tau_{xy}(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) & \sigma_x \sin^2 \theta + \sigma_y \cos^2 \theta + 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta \end{bmatrix}$

$$[\sigma_s]_\theta + [\sigma_c]_\theta = [F]_\theta \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで, 応力マトリックスの座標変換は, 変換マトリックス [T] を使って, 下式のように示される。

$$[\sigma]_\theta = [T]' [\bar{\sigma}] [T], \quad [T] = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (3)$$

詳細な結果については表-1に要約するとおりである。

④ Nielsen <sup>1), 3), 7), 8)</sup> Nielsen は極限解析 (limit analysis) を採用し, 種々の構造部材について解析解を発表しているが, RC平板に適用すると次のように展開される。鉄筋方向 (x, y 方向) を基準にとり, 式(2)を使って釣合い条件式を求める。

$$[\sigma_s]_{\theta=0} + [\sigma_c]_{\theta=-\beta} = [F_2]_{\theta=0} \quad \dots\dots\dots (4)$$

Nielsen は, コンクリートをひびわれ方向の単軸部材と仮定している。従って, コンクリートの応力マトリックスにおいて  $\sigma_n = 0$ ,  $\tau_c = 0$  となり, 上式は次のように書くことができる。

$$\begin{bmatrix} R_x & 0 \\ 0 & R_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\sigma_c \sin^2 \beta & -\frac{1}{2} \sigma_c \sin 2\beta \\ -\frac{1}{2} \sigma_c \sin 2\beta & -\sigma_c \cos^2 \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (5)$$

まず, 両鉄筋降伏時の面内せん断耐力は, 鉄筋の応力マトリックスにおいて  $R_x = p_x f_y$ ,  $R_y = p_y f_y$  と考え, 各項を対応させ,  $\tau_{xy}$  について整理することによって得られる。すなわち,

$$\tau_{xy} = \sqrt{(R_x - \sigma_x)(R_y - \sigma_y)} \quad (\sigma_c < f_c) \quad \dots\dots\dots (6)$$

上式を, 等方鉄筋 ( $R = R_x = R_y$ ) とし, 純せん断時を考えると, この場合は配筋方向  $\alpha$  に無関係となり, いわゆる全補強式  $\tau = R = p f_y$  を得る。また, 一方向鉄筋が降伏し, コンクリートが圧壊する場合には,  $R_x < p_x f_y$ ,  $R_y = p_y f_y$ ,  $\sigma_c = f_c$  のごとく応力マトリックスにおいて, 次式が得られる。

$$\tau_{xy} = \sqrt{(R_y - \sigma_y) \{f_c - (R_y - \sigma_y)\}} \quad \dots\dots\dots (7)$$

また, 上式は  $R_y - \sigma_y = \frac{1}{2} f_c$  の時, 次式のような最大値をとり, コンクリート圧壊先行時のせん断耐力となる。

$$\tau_{xy} = \frac{1}{2} f_c \quad \dots\dots\dots (8)$$

最終的に, Nielsen による終局せん断耐力はその破壊形式に従って5つの領域に分かれ, 後述する図-2に示すように閉じた破壊則を形成する。

⑤ Marti <sup>13)</sup> …… これに対して, Marti は極限解析を適用する際, コンクリートの破壊則として tension cut-off を加味した修正 Mohr-Coulomb 則を用いている。この場合  $\left[ \bar{\sigma}_c \right]$  において,  $\sigma_n = f_t$  (コンクリートの引張強度) とおき上記に示した式(4)~(8)の展開を繰返せばよく, 例えば式(6)に対応するものとして次式が得られる。

$$\tau_{xy} = \sqrt{(R_x + f_t - \sigma_x)(R_y + f_t - \sigma_y)} \quad \dots\dots\dots (9)$$

⑥ 小野・田中 <sup>14)</sup> …… わが国において極限解析を用いた例として, 小野・田中の研究が知られている。これは, 材料を等方体として取扱い, RC体としての単軸引張強度 T と単軸圧縮強度 C の2量によって, 全領域の破壊則を描くことができると考え, 極限解析における上下界値を厳密に導出している。(本文では  $T = R, C = f_c + R$  を仮定する。)これによれば図-2に示すように, 破壊型式によって, 引張型, せん断型, 圧縮型の3領域に分けられる。本理論の場合, 複合材料としての取扱いをしないため, 式(2)を適用することはできないが, Mohr 則による座標交換によってせん断耐力式を得ることが可能となる。例えば, 引張型のせん断耐力は,  $\sigma_1 = T$  を使って,

$$\tau_{xy} = \sqrt{(R - \sigma_x)(R - \sigma_y)} \quad \dots\dots\dots (10)$$

となり, せん断型では,  $\sigma_1 T - \sigma_2 C = 1$  を使って,

$$\tau_{xy} = \frac{\sqrt{\{(R+f_c)(R-\sigma_x)+R\sigma_y\}\{(R+f_c)(R-\sigma_y)+R\sigma_x\}}}{2R+f_c} \quad \dots\dots\dots (11)$$

を得ることができる。式(10)は Nielsen による式(6)を等方鉄筋とした場合に一致するが, 式(11)は Nielsen 理論とは異ったものとなる。

⑦ Bazant, Tsubaki <sup>15)</sup> …… Bazant, Tsubaki は, 極限解析を基本とし, 両鉄筋降伏型に対して詳細な検討を加えている。これは, コンクリートのひびわれ面直角方向において, 圧縮応力  $\sigma_c^*$  が存在し, コンクリートの応力マトリックスを,

$$\left[ \bar{\sigma}_c \right] = \begin{bmatrix} -\sigma_c^* & \tau_c \\ \tau_c & -\sigma_c \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (12)$$

のように考え, 次式の Coulomb 則を導入している。

$$\tau_c < k \sigma_c^* \quad (k : \text{ひびわれ界面での摩擦係数}) \quad \dots\dots\dots (13)$$

今度は, 次式のようにひびわれ方向 ( $\beta$  方向)での釣合い条件をとる。

$$\left[ \sigma_s \right]_{\theta=\beta} + \left[ \sigma_c \right]_{\theta=0} = \left[ F_1 \right]_{\theta=\beta-\alpha} \quad \dots\dots\dots (14)$$

式(12), (13), (14)の3式を勘案して整理すると, 次式のような Coulomb 則を満足する不等式  $g(\beta)$  が得られる。

$$g(\beta) = \{ k(1+\cos 2\beta) - \sin 2\beta \} R_x + \{ k(1-\cos 2\beta) + \sin 2\beta \} R_y - k(\sigma_1 + \sigma_2) - (\sigma_1 - \sigma_2) \{ k \cos 2(\beta - \alpha) - \sin 2(\beta - \alpha) \} > 0 \quad \dots\dots\dots (15)$$

次に, すべてのひびわれ角  $\beta$  を満足する領域を得るため下式が用いられる。

$$g(\beta) = 0, \quad \frac{dg(\beta)}{d\beta} = 0 \quad \dots\dots\dots (16)$$

式(15), (16)を適用して整理すると次式に至る。

$$\tau_{xy} = \frac{1}{2\sqrt{r_2}} \sqrt{\{(R_x - \sigma_x) - r_1(R_y - \sigma_y)\}\{(R_y - \sigma_y) - r_1(R_x - \sigma_x)\}} \quad \dots\dots\dots (17)$$

ここで  $r_1, r_2$  は  $r_1 = 1 - \sin \gamma / 1 + \sin \gamma, r_2 = 1 / 1 + \sin \gamma, (\gamma = \tan^{-1} k)$  で与えられ、摩擦係数  $k$  で決まる定数である。上式で、特に  $k \rightarrow \infty$  とすると、 $r_1 \rightarrow 0, r_2 \rightarrow 0.5$  となり、式 (6) に帰着する。すなわち Bažant による slip-free 解析は、Nielsen による極限解析を  $k \rightarrow \infty$  の特別な場合として包含している。

⑥ Baumann ..... Baumann<sup>16)</sup> による釣合い諸式を得るには、鉄筋方向での釣合い条件を用いるのがよい。この場合、 $\sigma_n = 0$  として

$$\begin{pmatrix} \sigma_s \\ \sigma_c \end{pmatrix} \theta=0 + \begin{pmatrix} \sigma_c \\ \sigma_s \end{pmatrix} \theta=-\beta = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix} \theta=-\alpha \quad \dots\dots\dots (18)$$

のようなマトリックス式を使い、各項を対応させ各材料の応力について整理すると次式が得られる。

$$\begin{cases} R_x = \sigma_1 \cos^2 \alpha (1 + \tan \alpha \tan \beta) + \sigma_2 \sin^2 \alpha (1 - \cot \alpha \tan \beta) - \tau_c \tan \beta \\ R_y = \sigma_1 \sin^2 \alpha (1 + \cot \alpha \cot \beta) + \sigma_2 \cos^2 \alpha (1 - \tan \alpha \cot \beta) + \tau_c \cot \beta \\ \sigma_c = (\sigma_1 - \sigma_2) \frac{\sin 2\alpha}{\sin 2\beta} + 2 \tau_c \cot 2\beta \end{cases} \dots\dots\dots (19)$$

これらは、Baumann のオリジナル<sup>16)</sup> に比べて、用いる記号や符号が一部異なっているが、文献 16) の eq. (6a), (6b) と合致することは容易に判断される。鉄筋降伏以前では、コンクリート主応力  $\beta$  が不静定量となるため、Baumann<sup>16)</sup> はひずみエネルギーの最小化などを用い、青柳<sup>17)</sup> は主応力比  $\sigma_1/\sigma_2$  と配筋角  $\alpha$  によって  $\beta$  を決定している。しかし両鉄筋降伏時の終局耐力では、釣合い条件のみで解くことができる。例えば、等方鉄筋の場合 ( $R_x = R_y$ ) は、釣合い条件から  $\beta = \alpha$  となり、前述の式 (10) と同一結果となる。

⑦ Collins ..... Collins による斜め圧縮場理論 (diagonal compression field theory)<sup>9)</sup> は、応力の釣合い条件にひずみの適合条件を加えることにより、荷重初期から変形状をも含めて、解析を行なうものである。コンクリートは、その主応力方向と主ひずみ方向が一致すると仮定し、両者に線形の構成則が与えられている。本理論は Collins らが RC はりまたは PC はりのせん断解析について求めたものであるが、これを一方向軸力 + せん断力下の RC 平板に適用することが可能である。一方向軸力を  $\sigma_x = \sigma_0$  とすると、次式の釣合い式が得られる。

$$\begin{pmatrix} R_x & 0 \\ 0 & R_y \end{pmatrix} \theta=0 + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\sigma_c \end{pmatrix} \theta=\beta = \begin{pmatrix} \sigma_0 & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & 0 \end{pmatrix} \theta=0 \quad \dots\dots\dots (20)$$

鉄筋降伏時のせん断耐力は、 $R_x = p_x f_y, R_y = p_y f_y$  として、 $\tau_{xy}$  について整理すると、

$$\tau_{xy} = \sqrt{(R_x - \sigma_0) R_y} \quad \dots\dots\dots (21)$$

が得られ、Nielsen による式 (6) に包含されることがわかる。コンクリート圧壊が先行する場合は、 $R_x < p_x f_y, R_y \leq p_y f_y, \sigma_c = f_{du}$  として次式が得られ、式 (7) に対応している。

$$\tau_{xy} = \sqrt{R_y (f_{du} - R_y)} \quad \dots\dots\dots (22)$$

このように、斜め圧縮場理論における終局耐力は、Nielsen 理論において一方向軸力のみを考えた場合に合致するが、これは仮定した材料マトリックスが同じため、当然の帰結といえる。ただ、コンクリートの有効圧縮強度  $f_{du}$  の評価式が他の理論と異なり、これは次章で記す。

⑧ Duchon<sup>18)</sup> ..... 本理論においても、応力の釣合条件にひずみの適合条件を加えることにより応力と変形を予測するものである。この場合、鉄筋降伏を考慮しない弾性解析としているため、他の理論による耐力式と異なっているが、著者らの試算によれば定量的には他の理論とほぼ同一の値を与えることがわかった。

上記の諸理論のうち、二次元場におけるいわゆる破壊則 (failure criterion) を形成するものについて、図-2 に 3 例を示した。これらは、図-1 に示した面内力のみを受ける RC 平板の終局耐力についての包絡線を描いたもので、等方鉄筋の場合について示した。図中の諸量はコンクリートの圧縮強度  $f_c$  によって除した無次元量によって表示し、 $\phi$  は鉄筋係数 (degree of reinforcement) で  $\phi = p f_y / f_c$  で与えられる。また、本文は図中の 3 者が同レベルで比較できるように、田中の解析では単軸引張強度を  $T = p f_y$ 、単軸圧縮強度を  $C = f_c + p f_y$  と



仮定し、Baumann 理論ではこれを圧縮破壊まで拡張している。これら3者の破壊則では、両鉄筋が引張降伏または圧縮降伏する場合、(Nielsenでは領域ⅠとⅤ、田中では引張型と圧縮型)では基本的に合致し、これらの中間領域ではコンクリートの圧壊が先行し、3者の特徴が表われている。

以上のように、各理論の最大耐力が、Mohr 則を利用した釣合い式で明快に導出することができ、理論間の相違が主としてコンクリートの強度マトリックスの違いによるものであることがわかる。各理論の相関性を整理すると次のように要約される。すなわち、極限解析を適用したNielsen理論を基準とすれば、これにひびわれ界面でのslip条件を加えたものがBažantの

slip-free条件であり、コンクリートの破壊則としてMohr-Coulomb則を適用したものがMartiの条件式である。田中による極限解析の結果は、引張型と圧縮型ではNielsen理論と合致するが、これらの中間領域であるせん断型では、他の理論と異なったものとなっている。Baumannは主応力場における釣合い条件を詳細に取扱ったもので、外力を既知量とした時の一般式を導出している。また、応力的にはNielsenと同じ立場に立ち、ひずみの適合条件と単純化した材料の構成則を加え変形解析を行ったものが、斜め圧縮場理論(Collins)とDuchonによる理論である。

このような解析手法は、ミクロな点についてはやや不十分であるが、きわめて有用な意味をもつと考えられる。すなわち、解析面では平面応力場におけるRC体としての破壊則を記述することにより従来の連続体力学を適用できる可能性があり、設計面では各種の応力状態において合理的な耐力算定式を得ることができる。

## 2.2 各理論の定量的比較

2.1において、諸理論の理論的背景を対比したが、それらが耐力評価にどの程度の影響を及ぼすか定量的比較を行った。せん断耐力に寄与するパラメータは、両方向鉄筋の鉄筋量とその比率、鉄筋の降伏強度、作用する軸応力の大きさ、コンクリート強度などがあげられるが、本文では次のような $f_c$ で正規化した無次元量を用い、諸算定式を記述した。

$$\eta = \frac{\tau}{f_c}, \quad \xi = \frac{\sigma}{f_c}, \quad \psi = \frac{R}{f_c} = \frac{pf_y}{f_c} \quad \dots\dots\dots (23)$$

多くのマクロモデルはこれら3量により、その破壊則を記述することができる。例えばNielsenによる式(6)は  $\eta = \sqrt{(\psi_x - \xi_x)(\psi_y - \xi_y)}$  のごとく表現される。これにより異なる条件下の実測結果と異なる単位系の諸式を同一場で比較することが可能となる。(これ以降では、 $\tau$ をせん断耐力、 $R$ を降伏時の等価鉄筋応力 $pf_y$ を示すものとする。)

本章で紹介した諸理論を用い純せん断場におけるせん断耐力を図-3に、一方向軸力が作用した時のせん断耐力を図-4に示す。いずれも等方鉄筋の場合について示したものである。図-3では、Nielsen式がいわゆる全補強式と一致し、これを基準にして見ると、Bažantによるslip-free解析はひびわれ界面の摩擦係数の減少によりせん断耐力は減少し、Martiの場合コンクリートの引張強度の程度によって増大する。また田中による極限解析はせん断場でMohr-Coulomb則を採用しているため他の理論とは異なった結果となっている。図-4は鉄筋

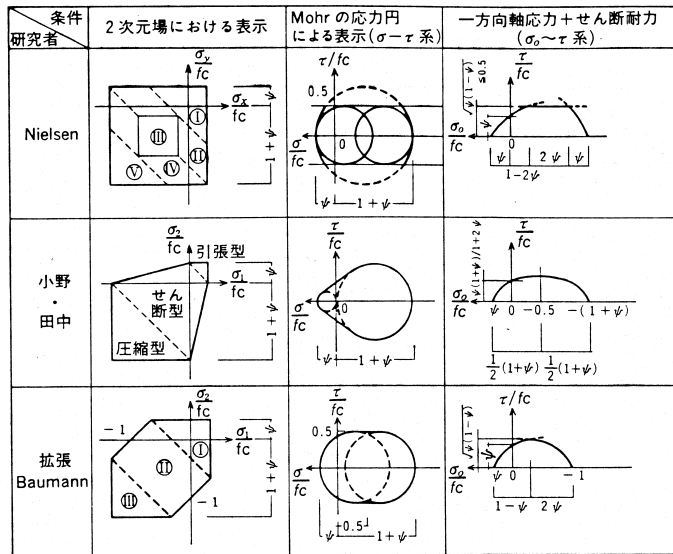


図-2 RC平板の破壊則(等方鉄筋)

係数を  $\psi = 0.2$  とし、このときの軸応力とせん断応力との包絡線を示したものである。いずれも、単軸引張強度  $\xi = \psi(\sigma_0 = pf_y)$  をもち圧縮応力が増加するに従ってせん断耐力は増加するが、ある時点より頭打ちとなり、

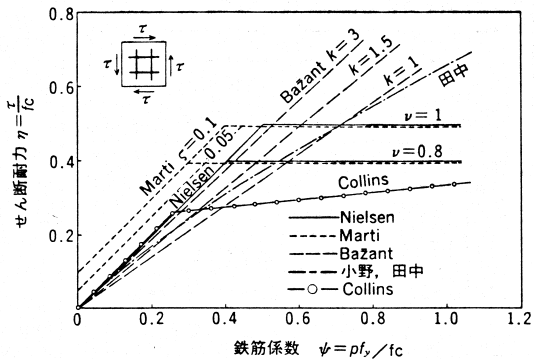


図-3 諸理論によるせん断耐力（純せん断場  $\psi-\eta$  関係）

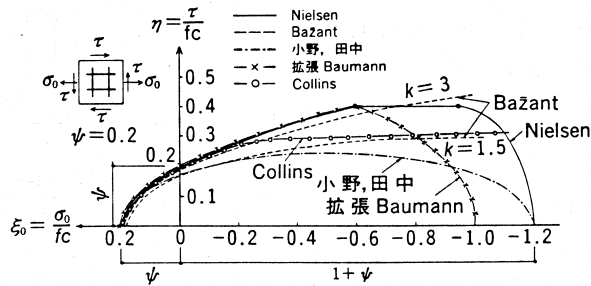


図-4 諸理論によるせん断力（一方向軸力下  $\xi_0-\eta$  関係）

いわゆる over-reinforced の状態となる。図-4 に示した諸理論は、引張破壊領域では同程度の算定値を与えているが、軸圧縮応力の増大に従って差異が現われ、各理論の特徴が見られる。

### 2.3 コンクリート圧壊先行型のせん断耐力

コンクリートの圧壊が先行する場合は、せん断補強限界あるいは over-reinforced と呼ばれ、一般に理論的な取扱いが難しく、実測値にもばらつきが多くなっている。これらは、結局コンクリートの応力マトリックス  $[\bar{\sigma}_c]$  の  $\sigma_c$  項の取扱い方に帰着するものである。Nielsen, Marti などによる極限解析では、 $\sigma_c = f_c$  として、せん断補強限界強度式 (8) を与えており、拡張 Baumann 式においても同一の結果となる (図-2 の Mohr 円参照)。式 (8) を実際に適用する場合、RC 部材内のコンクリート強度が標準供試体から得られる単軸圧縮強度  $f_c$  より小さいと考え、コンクリートの圧縮強度に関する有効係数  $\nu$  ( $0 < \nu < 1$ ) を導入している。すなわち、 $\sigma_c = \nu f_c$  として次のせん断補強限界強度を用いている。

$$\eta = \frac{1}{2} \nu \text{ または } \tau = \frac{1}{2} \nu f_c \quad (0 < \nu < 1) \quad \dots\dots\dots (24)$$

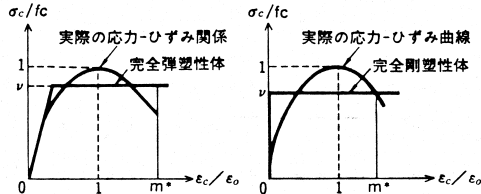
本文では上式を採用して、他の理論や実験式との比較を形式上有効係数  $\nu$  の違いとして、統一的に議論することを試みた。有効係数  $\nu$  の評価方法については、次に示す種々の提案がある。

有効係数  $\nu$  は、圧壊型を示す過鉄筋のせん断実験から直接算出することができ、はり部材の実験ではよく行われている。例えば、Campbell ( $\nu = 0.80$ )<sup>6)</sup>、Bræstrup ( $\nu = 0.74$ )<sup>1)</sup> などの報告があり、Nielsen と檜貝はこれら<sup>3)</sup><sup>4)</sup> コンクリートの圧縮強度  $f_c$  に相関するものとして、それぞれ次式を提案している。

$$\text{Nielsen: } \nu = 0.8 - f_c/2040 \quad \text{檜貝: } \nu = 10/\sqrt{f_c} \sim 13/\sqrt{f_c} \quad \dots\dots\dots (25)$$

また、Exner<sup>5)</sup>、吉川<sup>12)</sup>らは、低減係数  $\nu$  を用いなければならないのは、 $\sigma_c/f_c$  極限解析においてコンクリートを完全塑性体とすることに起因するものとし、ひずみエネルギーが等価となるように  $\nu$  を算出している (図-5 参照)。この結果、Exner は、

$$\nu = 1022/\sqrt{f_c} \quad \dots\dots\dots (26)$$



(a) 完全弾性体 (Exner<sup>5)</sup>) (b) 完全剛塑性体 (吉川<sup>12)</sup>)

を求め、吉川らは応力ひずみ曲線として放物線形を考へ、 $\nu = 0.75$  を算出している。

図-5 コンクリートの応力-ひずみ曲線のモデル化

我国における一連の CCV に関する実証実験から、せん断限界強度がいくつか提案されている。例えば、CCV 設計基準案 (Ohsaki, et al<sup>10)</sup>) では、 $\tau = 5.25\sqrt{f_c}$  として与えられているが、次式のような置換えにより、式(24) と形式上同じものになる。

$$\tau = \frac{1}{2} \nu^* f_c, \quad \nu^* = 10.5/\sqrt{f_c} \quad \dots\dots\dots (27)$$

Ogaki<sup>11)</sup>による  $\tau = 5.6\sqrt{f_c}$  , Kawamata, Iida<sup>21)</sup>による  $\tau = 4.2\sqrt{f_c}$  の提案式も同様な観点からその処理が可能である。一方, Collins は部材中の斜め圧縮材の圧縮強度  $f_{du}$  がその時点の最大せん断ひずみ  $\gamma_m$  で表わし得るとして, 実験式を提案している。この場合も  $f_{du}$  と  $f_c$  の比を  $\nu^{**}$  とおけば,

$$\nu^{**} = \frac{f_{du}}{f_c} = \frac{3.6}{1 + 2\gamma_m / \epsilon_0} \dots\dots\dots (28)$$

のように記述することができ, 同じ立場で論ずることが可能となろう。しかし,  $\nu^{**}$  は荷重状態や鉄筋量によって変化するもので, 他の理論や実験式とは異なり一義的に求めることはできない。これら諸式の比較を次章の図-8(b)に示す。

### 3. 既往実測結果との比較

これまで示した主要理論を適用し, 既往の実測結果との比較を行った。本文では表-2に示す8研究グループによる約70体の実測結果を採用した。これらは, 中空円筒体のねじり加力実験または平板を用いた面内力実験のいずれかによるもので, 鉄筋量, 膜応力(軸力, 内圧, プレストレス力)などが主たるパラメータとなっている。耐震壁や中空円筒体などの水平加力実験の場合, 一樣な応力状態ではないため本解析では除外した。また, ここでは直交配筋網をもつ部材を前提とし, 破壊形式はⅠ:両鉄筋の降伏, Ⅱ:一方向筋が降伏し, コンクリートが圧縮破壊に至る場合, Ⅲ:コンクリートの圧縮破壊先行の3つを考える。

純せん断時の終局耐力( $\psi \sim \eta$ 関係)を図-6に, 一方向軸力下のせん断耐力( $\epsilon_0 \sim \eta$ 関係)を図-7に示す。図中に用いた諸理論を実際に適用する際, 各理論が必要とするパラメータを仮定する必要がある。Nielsenではコンクリート圧縮強度に関する有効係数を  $\nu = 0.67$  とし, Martiではコンクリートの引張強度と圧縮強度との比を  $\zeta = 0.05$  とし, Bazantの場合はひびわれ界面での摩擦係数を  $k = 1.7$  とし, 田中による極限解析においてはRC体としての引張強度を  $T = \psi f_c$ , 圧縮強度を  $C = (1 + \psi) f_c$  と仮定している。図-6における実測結果は, 鉄筋降伏型の場合 Nielsenあるいは全補強式と概略一致しているが, より厳密に見ると,  $\psi \sim \eta$  直線の勾配は Bazantによる slip-free 解析の勾配とほとんど一致し,  $\eta$  軸上の切片は Martiのそれに近くなっている。すなわち, 鉄筋係数の低いレベルではコンクリートの破壊則として Mohr-Coulomb則が適当であること, また鉄筋係数の増加に

表2 面内せん断に関する既成の実験

№	実験手法	主要パラメータ	研究者	引用文献
A	RC平板の純せん断実験	鉄筋量とその縦横比 降伏強度	Vecchio Collins	19)
B	RC平板の軸力加力実験	加力方向、軸力比 鉄筋量	青柳、山田	20)
C	軸力を用いたRC円筒体のねじり加力実験	鉄筋量、軸力	吉川、飯田他	12)
D	内圧を用いたRC円筒体のねじり加力実験	鉄筋量、内圧	中山	22)
E	内圧を用いたRC円筒体のねじり加力実験	鉄筋量、初期膜力	小林、小垣他	23)
F	RC円筒体のねじり加力実験	鉄筋量、配筋方向	内田、青柳他	24)
G	RC円筒体のねじり加力実験	鉄筋量、軸圧縮力	坪井、富井	25)
H	鉄筋に引張力を受けるRC平板のせん断実験	初期鉄筋引張力	Oesterle Russell	26)

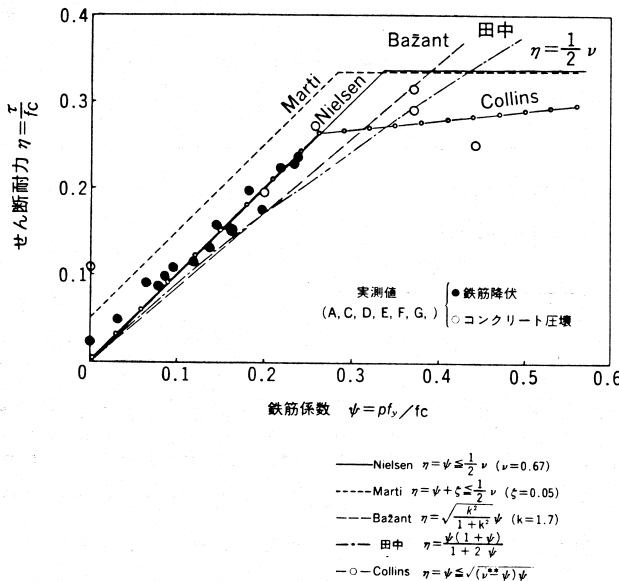


図-6 実測結果との比較 (純せん断  $\psi \sim \eta$  関係)

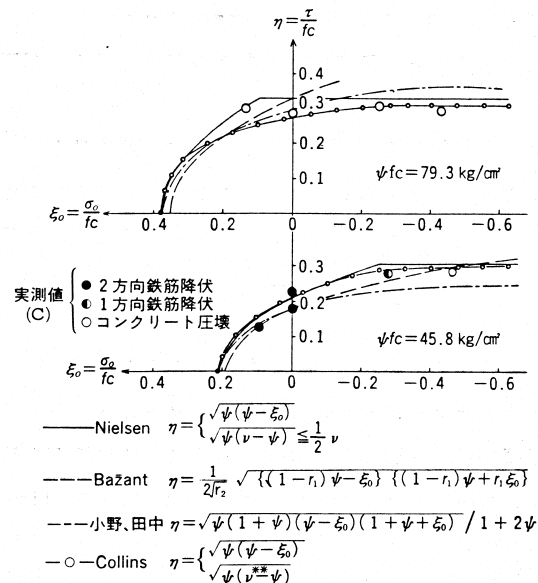


図-7 実測結果との比較 (一方向軸力+せん断力,  $\epsilon_0 \sim \eta$  関係)

従って slip による鉄筋負荷が大きくなることを示していると考えられる。実測結果の回帰直線を求めると、 $\eta = 0.85\phi + 0.024$  が得られ、これを Bažant と Marti の両理論と対応させると、 $k = 1.6$ 、 $\eta = 0.024$  となる。田中による極限解析は全般的に安全側を与えるものであり、Collins による斜め圧縮場理論はこの場合では鉄筋降伏からコンクリート圧壊の領域にわたり、実測値の動きをよく説明していると言える。

図-7 は鉄筋比を同一とし軸力を変化させた時のせん断耐力の変化をみたもので、図中の実測値は鉄筋の等価応力  $R = p_f y$  が等しくなっている。(試験体によって  $f_c$  がやや異なるため、鉄筋係数  $\phi = p_f y / f_c$  は必ずしも同一ではない。) 図-7 の範囲では、各理論の推定精度を厳密に比較できるものではないが、いずれも実測結果と概略一致し、定性的な実測値の変化をよく説明していると考えられる。

一方、コンクリート圧壊先行型の実測値に着目し、せん断耐力を鉄筋係数  $\phi$  およびコンクリートの圧縮強度  $f_c$  によって整理し、図-8 に示した。また、図中には理論式および実験式を、前章の考察のもとに加えている。図-8 (a) の理論式は、Nielsen 式の場合  $f_c$  に依存し、Collins では軸力レベル  $\xi$  と鉄筋係数  $\phi$  にやや影響を受けているが、いずれも実測値と明確な関連性は見られないと判断される。図-8 (b) では各理論式と実験式はほぼ同様の傾向となっているが、実測データ群に比べて過大値となっている。結局、実測結果を充分満足する理論式は見当たらないが、 $\eta$  と  $\phi$  および  $f_c$  との相関性がわずかながら実験的に観測された。

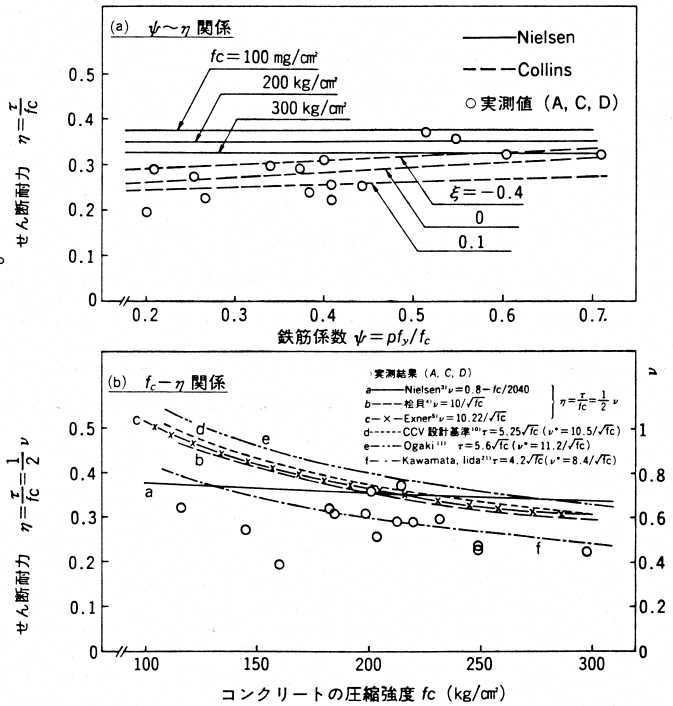


図-8 コンクリート圧縮破壊型のせん断耐力

#### 4. 面内せん断耐力式の提案

これまでの考察で述べた実験値と理論値との乖離を改善するために、著者らは Marti による Mohr-Coulomb 則と Bažant による slip-free 条件を考慮に入れた次のような耐力評価式を提案する。破壊モードを鉄筋降伏型とコンクリート圧壊先行型の2つだけを考え、極限解析を基本として、実測データからの回帰直線により補正を加えるものである。

・鉄筋降伏型…………… x y 両方向の鉄筋量と軸力の4量を考慮した換算鉄筋係数  $\phi^*$  (あるいは換算等価鉄筋応力  $R^*$ ) を次式のように定義し、鉄筋降伏型のせん断耐力が  $\phi^*$  (あるいは  $R^*$ ) のみによって決定し得ると考える。(本章では、無次元量によらず実単位系で表示したものを( )内に示す。)

$$\phi^* = \sqrt{(\phi_x - \xi_x)(\phi_y - \xi_y)}, \quad \left( R^* = \sqrt{(p_x f_y - \sigma_x)(p_y f_y - \sigma_y)} \right) \quad \dots\dots\dots (29)$$

この時の耐力式を  $\eta = a\phi^* + b$  (または  $\tau = aR^* + b f_c$ ) のようにすると、Nielsen, Marti, Bažant の各式をパラメータ  $a$ ,  $b$  のみの差異となって表わされる。すなわち、図-9を参考にし、 $a = 1$ ,  $b = 0$  とすれば Nielsen による式(6)あるいは全補強式と合致し、 $a = 1$ ,  $b = \zeta$  とすれば Marti (式(9))となり、 $a = k/\sqrt{1+k^2}$ ,  $b = 0$  とおけば Bažant による slip-free 条件とそれぞれ合致する。前述の図-6に、軸力を受ける実測値について式(29)の換算鉄筋係数  $\phi^*$  を用いて追加し、図-10に示した。これらのデータ群を直線回帰した結果、 $a = 0.76$ ,  $b = 0.026$  が得られ、これは図-6で  $a = k/\sqrt{1+k^2}$ ,  $b = \zeta$  と指摘した事実とも合致する。鉄筋降伏型の耐力式は次のように示される。

$$\eta = 0.76 \psi^* + 0.026 \quad (\tau = 0.76 R^* + 0.026 f_c) \quad \dots\dots\dots (30)$$

図-10 に示されるように、本提案式を用いることにより実測値とよく合致する。

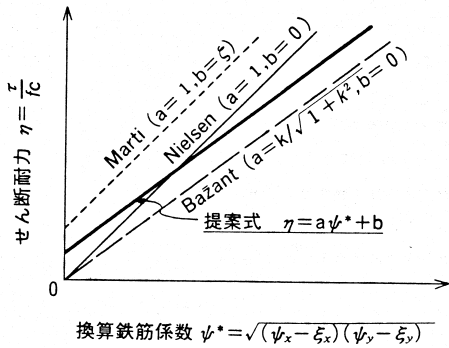


図-9  $\psi^* \sim \eta$ 関係のモデル化

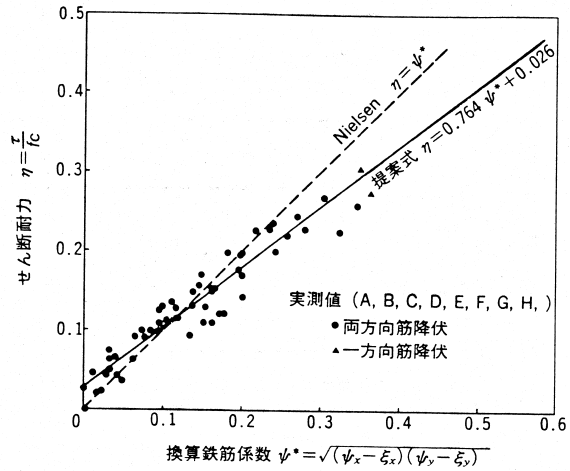


図-10 換算鉄筋係数とせん断耐力の関係 ( $\psi^* \sim \tau$ 関係)

・コンクリート圧壊先行型…………… コンクリートの圧壊先行型に関する前述の検討では、理論的なアプローチが難しく、実験的には  $\phi$  と  $f_c$  に対して相関性が観察されただけであった(図-8参照)。そこで、図-11に示すようにせん断耐力  $\eta$  に対して、 $\phi^* (\frac{250}{f_c})^{0.5}$  を横軸にとると、両者に明確な関連性が認められた。この結果、図中に付記した2つの直線が得られ、平均値は下式のように書き直される。

$$\eta = 4.59 \frac{\phi^*}{\sqrt{f_c}} + 0.145 \quad \dots\dots\dots (31)$$

$$\left( \tau = 4.59 \frac{R^*}{\sqrt{f_c}} + 0.145 f_c \right)$$

以上をまとめると、x y 方向に与えられる鉄筋量と軸力の4量を用い式(29)によって換算鉄筋係数  $\phi^*$  を求め、次に式(30)および式(31)により  $\eta$  を算出し、小さい方を面内せん断耐力とする。この際、採用されたせん断耐力式から破壊モードが決定される。

5. あとがき

崩壊に至るまでのコンクリート部材のせん断挙動は、きわめて複雑で多くの要因に支配され、より詳細な解析手法が必要とされる。最近の研究は、ひびわれ界面におけるせん断伝達機構、鉄筋の付着とダボ作用、あるいは有限要素法の適用に関するものなど、よりミクロな方向に向いつつあるように思われる。一方これとは逆に、より単純な仮定のもとに一般性を失うことなく破壊則を定め、部材レベルから構造系への解析に発展させることも肝要である。特に、設計面への応用、一般構造系の解析手法につながるものが望ましい。著者らはこのような観点のもとに、面内せん断問題に関する主要理論を統一的に比較し、その定式化と既往データとの照合を行った。その結果、本文に示した極限解析を基本とする耐力評価式を提案するに至った。これらの提案式は、直交配筋を有するRC平板についての合理的で一般性のある耐力式として用いることが可能となろう。

最後に、本文では内外の多くの実測結果を参照しましたが、引用させていただきました関係研究者の皆様に感謝いたします。

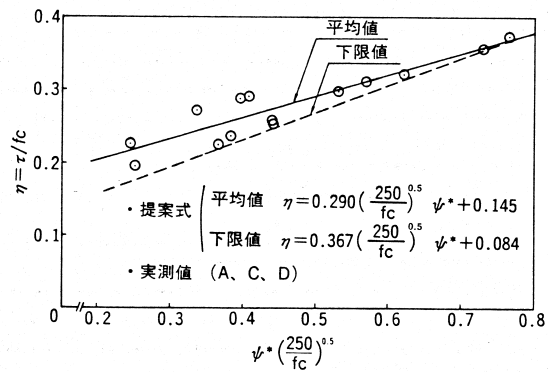


図-11  $\psi^* (\frac{250}{f_c})^{0.5} \sim \eta$ 関係 (コンクリート圧壊型)

○主要記号

本文中で用いる主要な記号を次のように定める。各項のみで使われる記号については逐次記した。(各応力マトリックスについては、表-1参照)

添字 $x, y$ : $x$ 軸方向, $y$ 軸方向を示す。	$p$ : 鉄筋比
$\sigma_1, \sigma_2$ : 主応力	$R$ : 鉄筋の等価応力(降伏時で $R = p f_y$ )
$\{\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}\}$ : $x, y$ 軸方向の外力ベクトル	$\alpha$ : $x$ 軸と外力の主軸との角度
$f_y$ : 鉄筋の降伏強度	$\beta$ : $y$ 軸とひびわれ方向との角度
$f_t$ : コンクリートの引張強度	$\psi$ : 鉄筋係数 $\psi = p f_y / f_c$
$f_c$ : " の圧縮強度(標準供試体による)	$\xi$ : 軸力に関する無次元量 $\xi = \sigma / f_c$
$\epsilon_0$ : $f_c$ 時のひずみ	$\xi_0$ : 一方向定軸力 $\sigma_0$ に関する無次元量 $\xi_0 = \sigma_0 / f_c$
$[\bar{\sigma}_s], [\sigma_s]_\theta$ : 鉄筋網の応力マトリックス	$\eta$ : せん断耐力に関する無次元量 $\eta = \tau / f_c$
$[\bar{\sigma}_c], [\sigma_c]_\theta$ : コンクリートの応力マトリックス	$\zeta$ : コンクリートの引張強度と圧縮強度との比 $\zeta = f_t / f_c$
$[\bar{F}_1], [F_1]_\theta$ : 主軸方向での外力マトリックス	$k$ : ひびわれ界面での摩擦係数
$[\bar{F}_2], [F_2]_\theta$ : $x, y$ 軸方向での外力マトリックス	$r_1, r_2$ : 摩擦係数 $k$ で与えられる定数
$[\bar{\quad}], [\quad]_\theta$ : 局所座標系でのマトリックスを示す。	$\nu$ : コンクリートの圧縮強度に関する有効係数
$[\quad]_\theta$ : 局所座標から $\theta$ だけ座標変換した時のマトリックスを示す。	$\psi^*$ : 換算鉄筋係数 $\psi^* = \sqrt{(\psi_x - \xi_x)(\psi_y - \xi_y)}$
$[T]$ : 座標変換マトリックス	$R^*$ : 換算鉄筋等価応力 $R^* = \sqrt{(p_x f_y - \sigma_x)(p_y f_y - \sigma_y)}$

○参考文献

- 1) Bræstrup, M.W., Nielsen, M.P., Bach, F.: Plastic analysis of shear in concrete, Hauptvorträge, 1978, T3-T14.
- 2) Jensen, B.C.: Lines of discontinuity for displacements in the theory of plasticity of plain and reinforced concrete, Magazine of Concrete Research, Vol. 27, No. 92, pp. 143-150, Sep. 1975.
- 3) Chen, W.F.: Plasticity in Reinforced Concrete, McGraw-Hill, 1982.
- 4) 梅貝 勇: 鉄筋コンクリートはりのせん断破壊における塑性理論の検討, 第36回土木学会年次講演会, pp. 298-299, 1981年
- 5) Exner, H.: On the effectiveness factor in plastic analysis of concrete, IABSE Colloquium, pp. 35-42, 1980.
- 6) Campbell, T.L., et al.: Rigid-plastic theory v. truss analogy method for calculating the shear strength of reinforced concrete beams., Magazine of Concrete Research, Vol. 32, No. 110, pp. 39-44, March 1980.
- 7) Nielsen, M.P.: Yield conditions for reinforced concrete shells in the membrane state, Proc. IASS Symposium, Warsaw 1963, Amsterdam 1964, pp. 1030-1040.
- 8) Nielsen, M.P.: On the strength of reinforced concrete discs, Acta Polytechnica Scandinavica, Civil Engineering and Building Construction Series No. 70, Copenhagen, 1971.
- 9) Collins, M.P.: Towards a rational theory for RC members in shear, ASCE, ST 4 Vol. 104, pp. 649-666, April 1978.
- 10) Ohsaki, Y., Ibe, Y., Aoyagi, Y.: Drafted Japanese design criteria for concrete containment, SMiRT-6, J1/2, 1981.
- 11) Ogaki, Y., Kobayashi, M., Takeda, T., et al.: Shear strength tests of prestressed concrete containment vessels, SMiRT-6, J4/3, 1981.
- 12) 吉川弘通, 飯田剛, 角 一行, 中川晶夫, 山縣博士: コンクリート製格納容器のせん断挙動に関する研究(その1, その2) 問題研究年報, pp. 157-190, 1982年
- 13) Marti, P.: Plastic Analysis of Reinforced Concrete Shear Walls, Introductory Report of IABSE COLLOQUIUM KOPENHAGEN 1979, Plasticity in Reinforced Concrete, 1979, pp. 51-69.
- 14) 小野薫, 田中尚: 鉄筋コンクリート壁体のLimit Design, 日本建築学会論文集, 第49号, 1954年9月, pp. 42-48.
- 15) Bažant, Z.P., Tsubaki, T.: Optimum Slip-free Limit Design of Concrete Reinforcing Nets, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 105, No. ST2, pp. 327-346, Feb. 1979.
- 16) Baumann, T.: Zur Frage der Netzbewehrung von Flächentragwerken, Der Bauingenieur, Vol. 47, Heft 10, pp. 367-377, 1972.
- 17) 青柳征夫: 鉄筋コンクリートシェル要素の面内せん断, RC構造のせん断問題に対する解析的研究に関するコロキウム, 日本コンクリート工学協会, pp. 135-148, 57年6月.
- 18) Duchon, N.B.: Analysis of Reinforced Concrete Membrane Subject to Tension and Shear, ACI Journal, Vol. 69, No. 9, pp. 578-583, 1972-9.
- 19) Collins, M.P. and Vecchio, F.: Stress-Strain Characteristics of Reinforced Concrete in Pure Shear, Final Report of IABSE Colloquium on Advanced Mechanics of Reinforced Concrete, Delft, June 1981, pp. 211-225.
- 20) 青柳征夫, 山田一字: 面内力を受ける鉄筋コンクリートシェル要素の耐力変形特性, 土木学会論文報告集, 第331号, pp. 167-180, 1983年3月.
- 21) Kawamata, S., Iida, T., Yoshikawa, H., et al.: Behavior of Orthogonally Reinforced Concrete Walls Subjected to In-plane Shear Force, SMiRT-7, J5/3, 1983.
- 22) 中山達夫: 内圧を受ける鉄筋コンクリート円筒のねじり試験(II), 日本建築学会大会学術講演梗概集(関東), pp. 1391-1392, 54年9月.
- 23) 小林正則, 小垣善一, 吉崎正二, 他: プレストレストコンクリート円筒壁体のせん断耐力に関する研究(その1研究概要, その2繰り返し加力試験), 日本建築学会大会学術講演梗概集(関東), pp. 1393-1396, 54年9月.
- 24) 内田明, 青柳征夫, 山田一字: 鉄筋コンクリート円筒体のねじり実験, 土木学会第37回年次学術講演会概要集, V-37, pp. 73-74, 57年10月.
- 25) 坪井善勝, 富井政英: 鉄筋コンクリート無開口単独壁の剪断抵抗に関する研究, 建築学会論文集第47号, pp. 49-61, 28年9月.
- 26) Oosterle, R.G., Russell, H.G.: Tangential Shear tests of Reinforced Concrete Containment Elements, Nuclear Engineering and Design 59, 1980, pp. 99-112.