

塑性理論による鉄筋コンクリート部材の面内せん断耐力評価

ULTIMATE STRENGTH OF REINFORCED CONCRETE MEMBERS SUBJECTED TO IN-PLANE SHEAR STRESSES ESTIMATED BY PLASTIC THEORY

吉川弘道*・田辺忠顕**

By Hiromichi YOSHIKAWA and Tada-aki TANABE

The plastic theory by M. P. Nielsen was adopted to predict the ultimate strength of a reinforced concrete member subjected to in-plane stresses. Furthermore, the authors develop the plastic theory by describing it in terms of nondimensional quantities and by introducing the effectiveness factor of cracked concrete. Values calculated by the theory are in reasonably good agreement with experimental results obtained from torsional loading tests. However, further studies, including estimating the shear strength of over-reinforced concrete members and values of the effectiveness factor of concrete, are required.

Keywords: plastic theory, in-plane shear, reinforced concrete panel, effectiveness factor, degree of reinforcement, failure modes, nondimensional description

1. ま え が き

原子力発電所におけるコンクリート製格納容器 (CCV) の採用、およびコンクリート製地下式 LNG 貯槽の建設を契機として、鉄筋コンクリート部材の面内せん断に関する研究が盛んとなった。なかんづく、面内せん断耐力の合理的な評価手法が過去 10 数年間の主要な議論の 1 つであった。その結果、実験的手法によるもの^{1),2)}、解析的手法によるもの^{3),4)}、あるいは両者を取り入れた半解析的なもの⁵⁾、有限要素法の適用によるもの^{6),7)}、そして、CCV に関する設計基準の素案⁸⁾など多くの成果を生んでいる。

このような既往研究のうち、たとえば、斜め圧縮場理論 (Collins⁹⁾) やクラックひずみ法 (吉川・田辺⁴⁾) は、変形量と諸耐力の両者が算出されるが、荷重段階に従って順次解き、収束計算を行う必要がある。有限要素法は材料の非線形性が比較的自由に表現でき、汎用性において優れているが、大型構造物に適用するには大容量の計算機あるいは適当なモデル化を必要とし、設計手法とし

ては不向きである。

これに対して、塑性理論 (plastic theory) は終局状態のみに着目した解析手法であるため変形過程には言及しないが、簡略した仮定のもとに最大耐力の解析解を与えるもので、より一般的かつ一貫性のある表示を行えることが大きな特徴である (このため、極限解析 (limit analysis) ともよばれることが多い)。

塑性理論は、これまで多くの研究者により、鋼構造および岩盤・土質材料において発展し、Nielsen らがコンクリート構造に展開させた^{9),10)}。さらに、Marti¹¹⁾ は、塑性理論を適用する際、tension cut-off を加味した修正 Coulomb 則を導入し、発展させている。

わが国におけるこの種の研究例としては、小野・田中の研究¹²⁾が古くから知られており、極限解析における上下界値を厳密に導出している。また、はり・柱部材を対象とする塑性理論 (もしくは極限解析) としては、南¹³⁾、檜貝¹⁴⁾の総括論文に詳しく、無次元量による耐力表示が多用されている。

特に最近では、塑性理論はいわゆるマクロ・モデル構築のための基本理論として導入され、はり部材や耐震壁に活用されている^{14),15)}。また、日本建築学会耐震設計小委員会において、せん断設計法に関する従来の実験式に代わって塑性理論が取り入れられる気運にある¹⁶⁾。

* 正会員 工博 (株)間組技術研究所
(〒338 与野市本町西 4-17-23)

** 正会員 工博 名古屋大学教授 工学部土木工学科
(〒464 名古屋市千種区不老町)

本文は、解析手法として Nielsen らによる塑性理論^{17)~19)}を採用し、これを二次元面内せん断力場での適用方法を検討するとともに、13体の鉄筋コンクリート円筒ねじり実験から得られた実測結果と照合しようとするものである。

本文では、3つの無次元量を新たに導入し、関係諸式をこれらによって表示することを試みた。この結果、塑性理論から与えられるすべてのせん断耐力の算定式および実験結果を、この3量で表現することが可能となり、より一般的な評価式に書き換えることができた。

2. 塑性理論による耐力評価式

(1) 基本条件

塑性理論は、材料を完全剛塑性体に仮定し、コンクリート部材の終局時の耐力を算出するもので、極限解析ともよばれる。このため部材挙動を荷重初期より追跡することはできないが、簡単な材料のモデル化（たとえば、コンクリート引張力=0、鉄筋が降伏状態）により、終局時の耐力が解析的に与えられる。これまで、はり部材のせん断、割裂強度、ブラケット材、押抜きせん断などの耐力算定について、次々と論文が発表され、広い適用範囲をもつ^{9),10)}。

塑性理論の理論的根拠となっている Drucker による上界定理、下界定理および基本式の定式化については関連文献を参照するものとし、2. では平面応力場における面内せん断力と軸力の組合せ荷重に対する耐荷機構への適用について検討を行い、次いで3.において、コンクリート圧縮強度の有効係数 ν の導入、無次元量による表示などについて検討を加え、より一般的な取扱いへの拡張を試みる。

対象とする部材は、図-1に示すような単位幅の鉄筋コンクリート平板で、外力として X, Y 両方向の直応力 σ_1, σ_2 とせん断力 τ が作用する場合を考える。また、

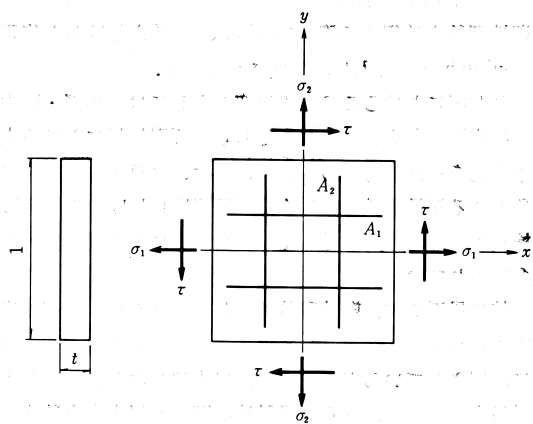


図-1 面内力を受ける直交配筋の鉄筋コンクリート平板

基本条件として以下を仮定する。

- i) 終局時を考え、鉄筋は降伏状態、もしくはコンクリートは引張応力を0、主圧縮応力度が圧縮強度に達していると仮定する。
- ii) 面外方向の変位、応力は生じないものとし、厚さ方向は均一とする。すなわち平面応力場を考える。
- iii) 引張を正とする。
- iv) 鉄筋は直交配筋とし、おのおの X 軸、 Y 軸に一致する。

単位幅当たりの鉄筋断面積を X, Y 各方向について A_1, A_2 とすると、鉄筋比は $p_1=A_1/t, p_2=A_2/t$ で表わされるが、さらに下式のように鉄筋係数 (degree of reinforcement) ϕ を定義する (t は平板の厚さを示す。また、添字1は X 軸方向、添字2は Y 軸方向を意味するものとし、添字が省略されているときは X, Y 両方向を特定しない場合、もしくは等しい場合を示す)。

$$\phi_1 = \frac{A_1}{t} \cdot \frac{f_y}{f_c} = \frac{p_1 f_y}{f_c} \dots \dots \dots (1)$$

$$\phi_2 = \frac{A_2}{t} \cdot \frac{f_y}{f_c} = \frac{p_2 f_y}{f_c} \dots \dots \dots (2)$$

ここで、 f_y は鉄筋の降伏強度、 f_c はコンクリートの圧縮強度を示す。単位幅当たりの鉄筋は降伏耐力 $A f_y$ をもつが、さらに、

$$\sigma_{eq.1} = \frac{A_1 f_y}{t} = p_1 f_y, \quad \sigma_{eq.2} = \frac{A_2 f_y}{t} = p_2 f_y \dots \dots \dots (3)$$

を鉄筋の等価応力 (equivalent stress) として定義する。そうすると、鉄筋係数 ϕ は、鉄筋耐力 $A \cdot f_y$ とコンクリート耐力 $t \cdot f_c$ の比、もしくは鉄筋の等価応力 σ_{eq} とコンクリートの圧縮応力 f_c の比という物理的意味をもつことがわかる。この鉄筋係数は、力学的鉄筋比ともよばれ、鉄筋コンクリートにおける基本的な力学的無次元量である。

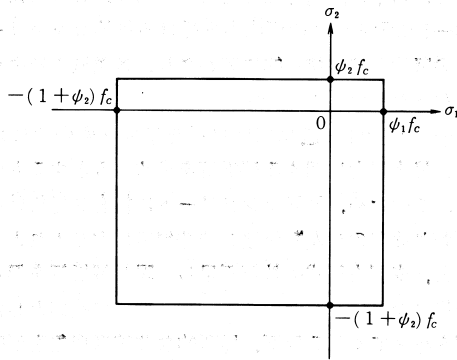
なお、材料を完全塑性体と仮定しているので、本文でしばしば用いる降伏条件 (または降伏曲面) は、最大耐力もしくは終局耐力と合致するものとする。

(2) 内面せん断力の表示

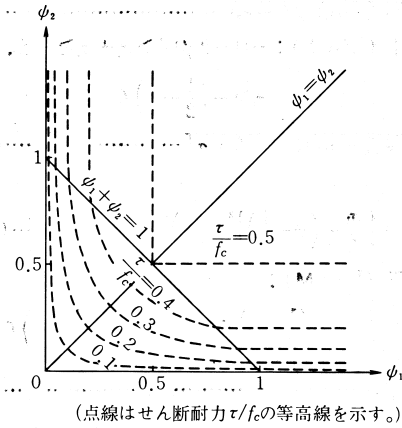
以上のような基本条件のもとに、鉄筋コンクリート平板の単軸強度、純せん断強度およびせん断力と直応力の複合応力下での最大耐力式を示す。これらは主に、Nielsen による研究 (文献17)、および文献18)) をもとに、著者らが整理し統一的に表現するとともに、いくつかの解釈を加えたものである。定式化の詳細な過程については、本文を参照していただきたい。

まず、直応力のみが作用したとき (図-1で $\tau=0$) の鉄筋コンクリート平板の引張強度、圧縮強度は式(4)、(5)で表わされる。

$$\sigma_1 = \phi_1 \cdot f_c, \quad \sigma_2 = \phi_2 \cdot f_c \dots \dots \dots (4)$$



(a) 直応力下 (σ_1, σ_2) の最大耐力



(点線はせん断耐力 τ/f_c の等高線を示す。)

(b) 純せん断時の最大耐力

図-2 単純応力状態での鉄筋コンクリート平板の降伏条件

$$\sigma_1 = -(1 + \psi_1) f_c, \quad \sigma_2 = -(1 + \psi_2) f_c \quad (5)$$

上式は、引張強度が、 $\psi \cdot f_c = p f_y$ で鉄筋の等価応力に等しく、また、圧縮強度が $-(1 + \psi) f_c = -(f_c + p f_y)$ となってコンクリートの圧縮強度と鉄筋の等価応力の和で表わされていることがわかる。これらを用いると、2軸直応力下の最大耐力は図-2(a) のようになり、単純な矩形の降伏条件を形成する。一方、純せん断時 (図-1 で $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$) の最大耐力は下式で与えられる。

$\psi_1 + \psi_2 \leq 1$ のとき

$$\tau = \sqrt{\psi_1 \psi_2} f_c = \sqrt{p_1 f_y \cdot p_2 f_y} \quad (6)$$

$\psi_1 + \psi_2 > 1$ のとき

$$\tau = \sqrt{\psi_1 (1 - \psi_1)} f_c \quad (\psi_1 < 0.5 < \psi_2) \quad (7)$$

$$\tau = \sqrt{\psi_2 (1 - \psi_2)} f_c \quad (\psi_2 < 0.5 < \psi_1) \quad (8)$$

$\psi_1, \psi_2 > 0.5$ のとき

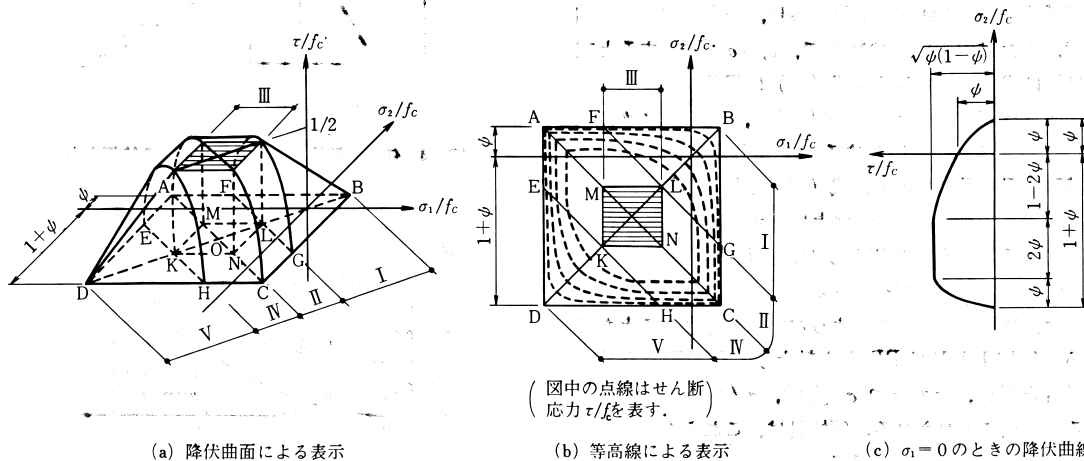
$$\tau = \frac{1}{2} f_c \quad (9)$$

このときのせん断耐力を図-2(b) に示す。図中では無次元量 τ/f_c を用い、これを等高線によって表示している。式 (6) は両鉄筋の等価応力で表わされ、式 (9) は鉄筋量に関係なくコンクリート強度のみで決定されることを示している。式 (7), (8) は ψ_1 と ψ_2 のうち小さい方の方向の鉄筋降伏が先行し、これによって最大せん断耐力が決定されることを意味する。

さらに、図-1 のように、直応力 σ_1, σ_2 が作用したときの一般的な最大せん断力 τ に関する降伏条件を式 (10)~(13) に、このときの降伏曲面を図-3 に示す。ただし、ここでは X, Y 両方向の鉄筋量を同一とし、 $\psi_1 = \psi_2 = \psi$ の場合について示す。

図-3 に示すように、降伏条件は σ_1 と σ_2 の大きさと破壊モードにより、5つの領域に分けられる。

- 領域 I (BLG): $\sigma_1 + \sigma_2 \geq -(1 - 2\psi) f_c, \quad \sigma_1, \sigma_2 \leq \psi f_c$



(図中の点線はせん断応力 τ/f_c を表す。)

(a) 降伏曲面による表示

(b) 等高線による表示

(c) $\sigma_1 = 0$ のときの降伏曲線

図-3 鉄筋コンクリートの面内力に対する降伏条件 (X, Y 方向等量配筋)

$$\tau = \sqrt{(\psi f_c - \sigma_1)(\psi f_c - \sigma_2)} \dots\dots\dots(10)$$

・領域Ⅱ (LGCN) : $-(1-2\psi)f_c > \sigma_1 + \sigma_2 \geq -f_c,$

$$\sigma_1 \geq -\left(\frac{1}{2} - \psi\right)f_c$$

$$\tau = \sqrt{(\psi f_c - \sigma_1)(1-\psi)f_c + \sigma_1} \dots\dots\dots(11)$$

または,

$$\left(\frac{\tau}{f_c}\right)^2 + \left[\frac{\sigma_1}{f_c} - \left(\psi - \frac{1}{2}\right)\right]^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \dots\dots\dots(11)'$$

・領域Ⅲ (LNKM) :

$$-\left(\frac{1}{2} - \psi\right)f_c > \sigma_1, \sigma_2 > -\left(\frac{1}{2} + \psi\right)f_c$$

$$\tau = \frac{1}{2} f_c \dots\dots\dots(12)$$

・領域Ⅳ (NCHK) : $-f_c > \sigma_1 + \sigma_2 \geq -(1+2\psi)f_c,$

$$\sigma_2 \leq -\left(\frac{1}{2} + \psi\right)f_c$$

$$\tau = \sqrt{-(\psi f_c + \sigma_2)(1+\psi)f_c + \sigma_2} \dots\dots\dots(13)$$

または,

$$\left(\frac{\tau}{f_c}\right)^2 + \left[\frac{\sigma_2}{f_c} + \left(\frac{1}{2} + \psi\right)\right]^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \dots\dots\dots(13)'$$

・領域Ⅴ (DKH) : $-(1+2\psi)f_c > \sigma_1 + \sigma_2$

$$\tau = \sqrt{[(1+\psi)f_c + \sigma_1][(1+\psi)f_c + \sigma_2]} \dots\dots\dots(14)$$

X, Y 両方向の鉄筋が同量であるため、上式は、 $\sigma_1 \geq \sigma_2$ (直線 BD の右下部分) の場合について示し、図-3 はこれらを f_c によって正規化した無次元量によって図示している。

さらに、式 (10)~(14) および図-3 に関して、次のような解釈を与えることができる。領域Ⅰは鉄筋の引張降伏のみで耐力が決定し、対称的に領域Ⅴは両鉄筋が圧縮降伏となる。特に点DではX, Y両方向のコンクリート応力も圧縮強度に達している。式 (10) で $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$ とすると式 (6) に、式 (14) で $\tau = 0$ とすると式 (5) に帰着する。

領域Ⅱ, Ⅳはこれらの中間にあり、一方の鉄筋が圧縮降伏、または引張降伏の状態で、 $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$ とすると式 (11) は式 (7) もしくは式 (8) に帰着する。

領域Ⅲは f_c のみで決定する領域で、鉄筋係数 ψ に依存しない。これは、いわゆる over-reinforced とよばれる補強限界を示すもので、式 (12) で与えられる。

底面の正方形 ABCD の線上は $\tau = 0$ であり、 σ_1 と σ_2 のみによる降伏条件を表わすが、これは図-2(a) で $\psi = \psi_1 = \psi_2$ としたときに一致する。

また、幾何学的には次のような解釈を与えることができる。領域ⅠとⅤはBDを主軸とする円錐形となり、領域ⅡとⅣは、それぞれ σ_2/f_c 軸、 σ_1/f_c 軸を中心軸とする円筒形で表わされる。領域Ⅲは、これらをつなぐ底面に平行な平面で、あらゆる σ_1 と σ_2 の組合せのうちで最大値を示す。

以上までが、Nielsen による評価式 (降伏条件) を整理し、若干の説明を加えたものである。これによって、図-1 に示す任意の面内力を受ける鉄筋コンクリート平板の降伏条件が統一的に表わされ、各領域の特徴が明確になったといえる。

一般に塑性理論は構成材料を単純な剛塑性体に仮定し、最大耐力に関する解析解を求めようとするものである。このため、鉄筋コンクリートに特有な付着破壊やひびわれ面でのせん断伝達を塑性理論に取り入れようとすると、支配方程式の数が不足し、陽な解析解を得られない場合が多い。したがって、塑性理論は整然とした解析解を与えてくれる反面、局所的な非線形現象を反映しにくい面をもつといえる。

本文では、さらに配筋方向の影響、コンクリートの有効係数の導入、無次元量による表示について、考察を進めるものとする。

(3) 配筋方向の影響

本理論を一般化するには任意の鉄筋方向と鉄筋交角について言及する必要がある。本文では、直交配筋を前提とし、 $\psi_1 = \psi_2$ の場合にのみ降伏条件が鉄筋方向 α に無関係となることを説明するにとどめる。

図-4 に示すように、鉄筋の配筋方向と座標軸 X-Y

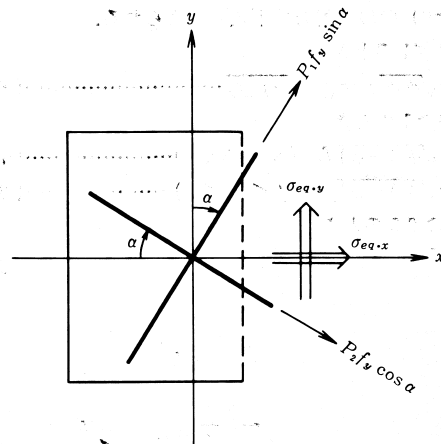


図-4 任意の配筋方向に対する鉄筋の等価応力

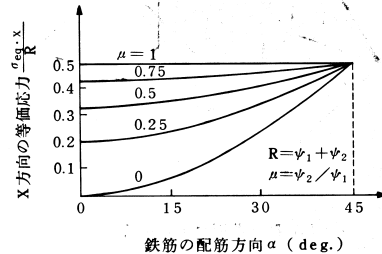


図-5 鉄筋の配筋方向と等価応力との関係

との角度を α とする ($0 \leq \alpha \leq \pi/4$)。このときの鉄筋応力は有効面積を考慮すると、 $p_1 f_y \sin \alpha$ 、 $p_2 f_y \cos \alpha$ となるが、これら両鉄筋の X 軸と Y 軸方向への等価応力を算出すると以下ようになる。

$$\sigma_{eq,x} = p_1 f_y \sin^2 \alpha + p_2 f_y \cos^2 \alpha \quad (15)$$

$$\sigma_{eq,y} = p_1 f_y \sin \alpha \cos \alpha - p_2 f_y \sin \alpha \cos \alpha \quad (16)$$

ここで、 $p_1 = p_2 = p$ とすると上式は

$$\sigma_{eq,x} = p f_y \quad (15')$$

$$\sigma_{eq,y} = 0 \quad (16')$$

となり、鉄筋方向 α に無関係で等価応力が一定となる。すなわち、2 方向の鉄筋係数が同じとき、鉄筋コンクリート平板の異方向性は消失し、式 (10)~(14) は任意の鉄筋方向に対して有効であることがわかる。また、両方向の鉄筋係数 (または鉄筋化) の比 μ を

$$\mu = \frac{\psi_2}{\psi_1} = \frac{p_2}{p_1} \quad (0 \leq \mu \leq 1) \quad (17)$$

のように定義し、両方向の鉄筋の合計 R を一定としたときの、 $\sigma_{eq,x}$ の変化を調べる。すなわち、

$$R = p_1 f_y + p_2 f_y = (1 + \mu) p_1 f_y \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{eq,x} &= (\sin^2 \alpha + \mu \cos^2 \alpha) p_1 f_y \\ &= \frac{1 - (1 - \mu) \cos^2 \alpha}{1 + \mu} R \quad (19) \end{aligned}$$

上式を使って、 μ をパラメーターとしたときの $\sigma_{eq,x}/R$ と α の関係を図-5 に示す。同図からわかるように、 $\alpha = 45^\circ$ のとき $\sigma_{eq,x}$ は最大となり、 $\mu = 1$ ($p_1 = p_2$) では α に依存せず一定値となっている。

3. 一般化への拡張

(1) 無次元量による表示

式 (1)、(2) で定義した鉄筋係数 ψ に加えて、次の

ようなせん断応力と軸応力に関する無次元量を定義する。

$$\eta = \frac{\tau}{f_c} \quad (20)$$

$$\xi_1 = \frac{\sigma_1}{f_c}, \quad \xi_2 = \frac{\sigma_2}{f_c} \quad (21)$$

すなわち、 η 、 ξ および ψ はいずれもコンクリートの圧縮強度によって正規化したもので、これら 3 量を用いた降伏条件式の記述を以下に示す (鉄筋係数 ψ および軸応力に関する無次元量 ξ は、X、Y 方向で異なる場合、おのおの ξ_1 、 ξ_2 あるいは ξ_1 、 ξ_2 のように添字をつけ、区別する)。

領域 I : $\xi_1 + \xi_2 \geq -(1 - 2\psi)$

$$\eta = \sqrt{(\psi - \xi_1)(\psi - \xi_2)} \quad (22)$$

領域 II : $-1 \leq \xi_1 + \xi_2 \leq -(1 - 2\psi)$, $\xi_1 \geq -(\frac{1}{2} - \psi)$

$$\eta = \sqrt{(\psi - \xi_1)[1 - (\psi - \xi_1)]} \quad (23)$$

領域 III : $-(\frac{1}{2} + \psi) \leq \xi_1$, $\xi_2 \leq -(\frac{1}{2} - \psi)$

$$\eta = \frac{1}{2} \quad (24)$$

領域 IV : $-(1 + 2\psi) \leq \xi_1 + \xi_2 \leq -1$, $\xi_2 \leq -(\frac{1}{2} + \psi)$

$$\eta = \sqrt{-(\psi + \xi_1)(1 + \psi + \xi_1)} \quad (25)$$

領域 V : $\xi_1 + \xi_2 < -(1 + 2\psi)$

$$\eta = \sqrt{(1 + \psi + \xi_1)(1 + \psi + \xi_2)} \quad (26)$$

これらのうち、領域 I、II、III に着目し図示すると、図-6 に示すような $\psi \sim \xi \sim \eta$ 曲線が得られる (一般に通常の設計条件もしくは既往の実証実験の範囲では領域 IV、V に相当する破壊モードは存在せず、もっぱら領域 I、II、III が研究対象となっている)。また、ここでは軸

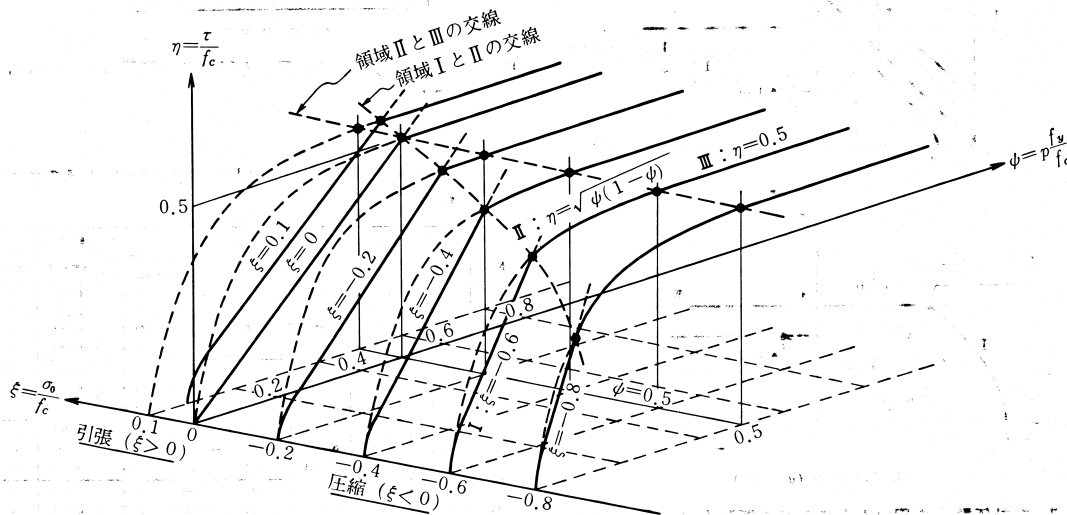


図-6 鉄筋係数と軸応力とせん断耐力の関係 ($\psi \sim \xi \sim \eta$ 曲線)

応力は一方向のみに作用している場合を考えている。

これによって軸応力 σ と鉄筋比 p が与えられたときの面内せん断耐力 τ が、任意の材料強度 f_c, f_y に対して決定されたことになる。

(2) 有効係数 ν の導入

領域 II, III のようにコンクリートの圧縮破壊を伴うような破壊モードでは、その圧縮強度を適切に設定する必要がある。すなわち、部材内の圧縮材の最大応力が、標準供試体による単軸試験から得られた f_c より小さい値で破壊に至っていることが実験的に観測され、多くの研究者より指摘されている^{20)~22)}。

そこで、2, 3 の研究者は、コンクリートの圧縮強度に関する有効係数 (effectiveness factor) ν を用い、

$$f_c \rightarrow \nu \cdot f_c \quad (0 < \nu < 1)$$

と置き換えることを提案している^{19), 23)}。これを式 (22) ~ (24) に導入すると、次式のように書き換えられる。

領域 I : $\xi_1 + \xi_2 \geq -(\nu - 2)\psi$

$$\eta = \sqrt{(\psi - \xi_1)(\psi - \xi_2)} \dots \dots \dots (27)$$

領域 II : $-\nu \leq \xi_1 + \xi_2 \leq -(\nu - 2)\psi, \xi_1 \geq -(\frac{1}{2}\nu - \psi)$

$$\eta = \sqrt{(\psi - \xi_1)|\nu - (\psi - \xi_1)|} \dots \dots \dots (28)$$

領域 III : $-(\frac{1}{2}\nu + \psi) \leq \xi_1, \xi_2 \leq -(\frac{1}{2}\nu - \psi)$

$$\eta = \frac{1}{2}\nu \dots \dots \dots (29)$$

これら諸式に関して一方向軸力の場合 ($\xi_1 = \xi_0, \xi_2 = 0$) について、 $\xi_0 \sim \eta$ 曲線、 $\psi \sim \eta$ 曲線を、図-7(a), (b)のごとく図示することができる。すなわち、図-6に有

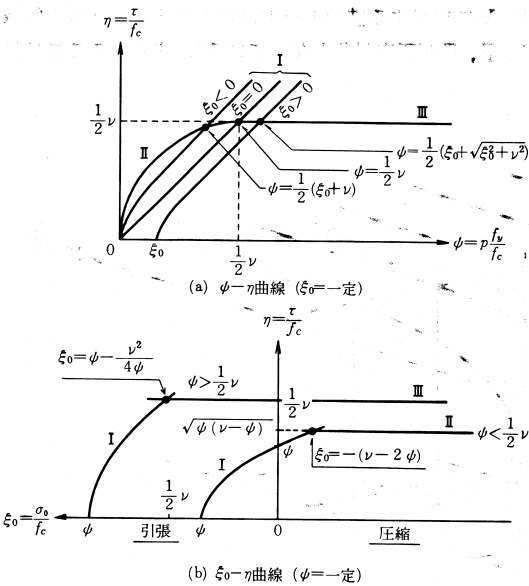


図-7 有効係数 ν を用いたときのせん断耐力 (一方向軸力のみ作用の場合)

効係数 ν を考慮し、二次元的に描いたものである。

4. 実測結果との比較

本文で用いる実験結果は、薄肉中空円筒供試体による鉛直載荷とねじり加力を組み合わせたもので、面内力として一方向軸力とせん断力を再現できる²⁾。図-8に試験体の概要および図-9に加力装置を示す。ここでは、鉄筋比 p と軸応力 σ_0 をパラメーターとし、表-1に示

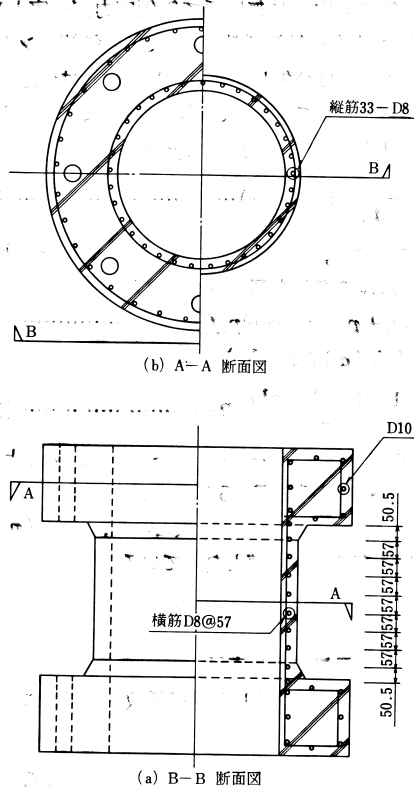


図-8 円筒ねじり実験に用いた試験体の概要 ($p = 1.75\%$ の場合)²⁾

表-1 鉄筋コンクリート円筒ねじり実験の結果²⁾とその無次元諸量

試験体 No.	圧縮強度 f_c (kg/cm ²)	鉄筋		軸力		せん断耐力		mode
		鉄筋比 p (%)	鉄筋係数 ψ	軸応力 σ_0 (kg/cm ²)	ξ	せん断耐力 τ (kg/cm ²)	$\eta = \tau/f_c$	
0	229	1.01	0.1998	0	0	40.3	0.176	R
1	208	1.01	0.2200	0	0	46.7	0.225	R
2	213	1.75	0.3722	0	0	61.9	0.291	C
3	250	2.44	0.4421	0	0	62.8	0.251	C
4	181	1.01	0.2528	-50	-0.276	51.5	0.285	R'
5	199	1.75	0.3984	-50	-0.251	61.7	0.310	C
6	202	2.44	0.5472	-50	-0.248	72.3	0.358	C
7	220	1.01	0.2080	-100	-0.455	63.9	0.290	C
8	233	1.75	0.3402	-100	-0.429	69.0	0.296	C
9	215	2.44	0.5141	-100	-0.465	79.5	0.370	C
10	265	1.01	0.1727	25	0.094	33.8	0.128	R
11	186	1.75	0.4262	25	0.134	56.5	0.304	R'
12	183	2.44	0.6040	25	0.137	58.8	0.321	C

R: 2方向の鉄筋降伏先行, R': 1方向の鉄筋降伏先行, C: コンクリート圧壊型

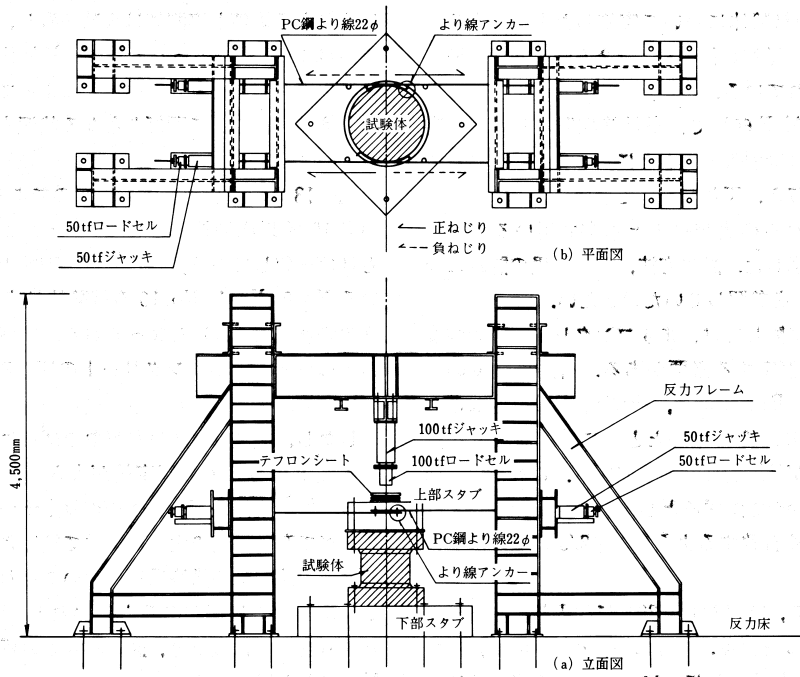


図-9 円筒ねじり実験における加力装置²⁾

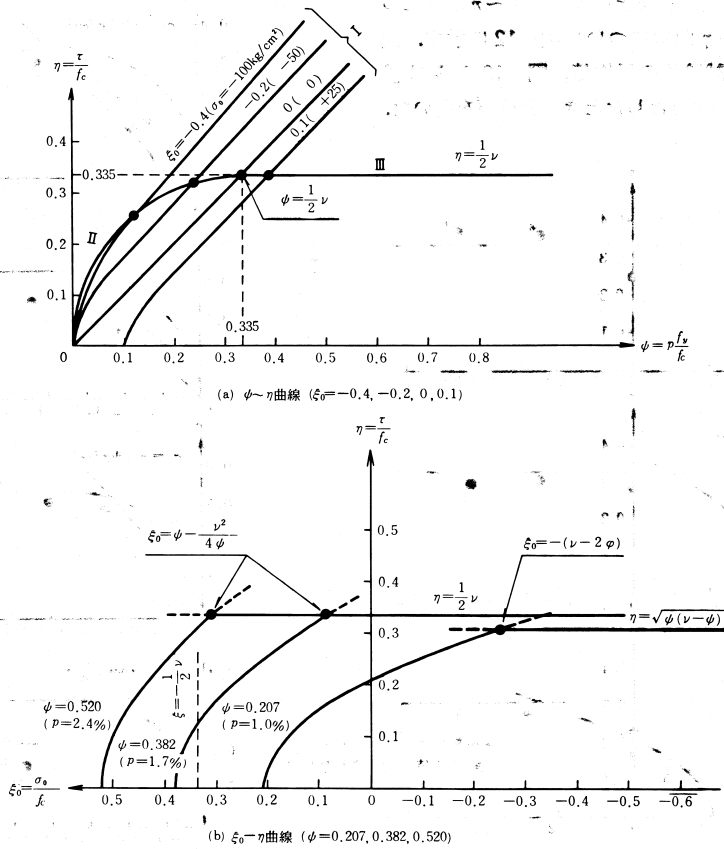


図-10 塑性理論による本算定式の実験結果²⁾への適用 ($\nu=2/3$ と仮定)

すように13体の試験体について実施したものである。各供試体の形状、壁厚は同寸法で、2方向を同量鉄筋とし、直交配置されている。また、使用した異形鉄筋はいずれもD8 (GRADE 60) で、単鉄筋配置とした。一定の軸圧縮力または軸引張力のもとに、正負交番ねじり載荷を数サイクル与え、正ねじりにて崩壊させた。

表一にはこれらの実測結果と本文中で用いる諸係数(無次元量)を示した。試験方法、試験結果の詳細については、文献2)を参照していただきたい。

本理論の適用に際しては、まずコンクリート圧縮強度の有効係数 ν を仮定する必要がある。有効係数 ν の実験式については、Braestrup¹⁹⁾、檜貝²⁴⁾、Exner²⁵⁾などの多くの提案があり、 f_c の増加とともに有効係数 ν が減少していることが基本的に共通している。これらの詳細な検討は別の機会²⁶⁾で論ずるとして、ここでは取り上げた実測結果とよく合致するように $\nu=2/3$ の一定値を仮定する。

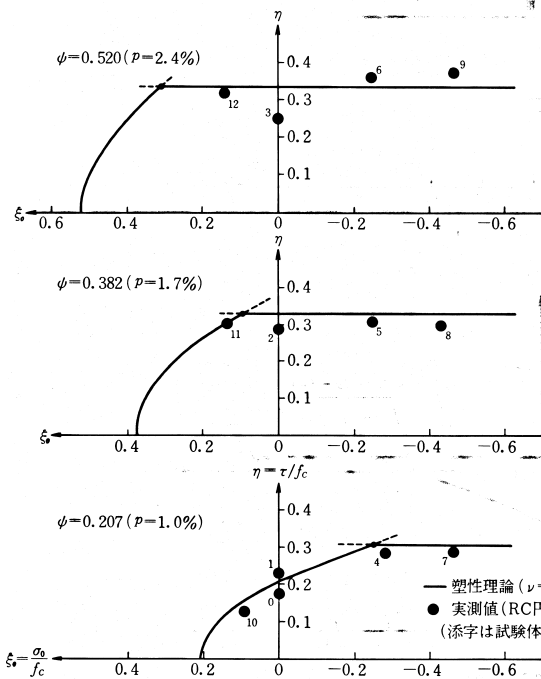
この値を使って、式(27)~(29)に代入し、本実験に適用すると図一10を得る。すなわち、 ψ (鉄筋量)について3段階、 ξ_0 (軸応力)について4段階の組合せに関して本実験が実施されている(表一参照)。

次に、塑性理論と実測結果との比較を $\xi_0 \sim \eta$ 曲線について図一11に、 $\psi \sim \eta$ 曲線について図一12に示す。図一11の ψ は図中の試験体の平均値、図一12の ξ_0 は f_c を目標強度(250 kgf/cm²)としたときの公称値を用いた。

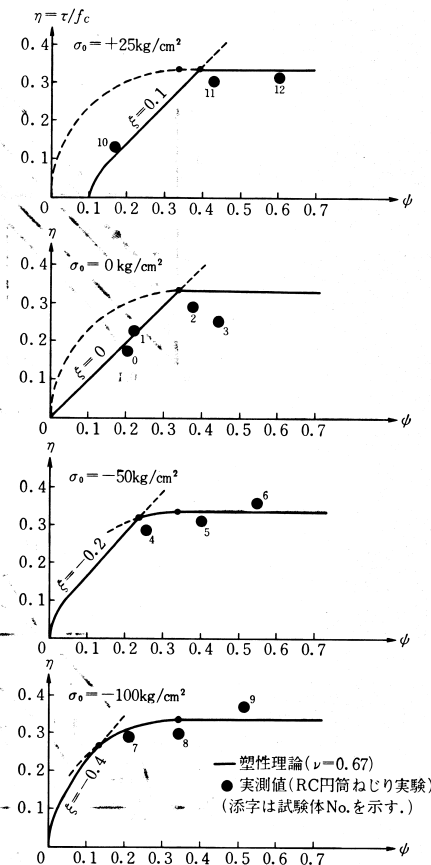
いずれも理論値と実測値は大略一致し、実測値との変動係数は10.7%であった。特に、鉄筋比の増大、軸応力の減少(引張を正としている)によって、面内せん断耐力が増加し、やがて頭打ちとなる状況をよく説明しているといえる。

図一13は両者の比を示したものであるが、No.3を除いて15%以内の誤差となっている。また、破壊モードもほぼ一致しており、たとえば、理論上領域IとなっているNo.0、No.1、No.10の試験体は実験結果でも両鉄筋の降伏先行(R)となっており、領域IIIとなっているものはほとんどがコンクリートの圧縮破壊型(C)を示している。

しかし、領域II、IIIの方がややばらつきが大きく、有効係数 ν の与え方で算定値が大きく異なり、注意を要する。仮定条件の不十分さや理論上十分反映されない点をすべて有効係数の大小によって補完させようとするのは、塑性理論の構築過程においてやむを得ない点もある反面、やや無理があると思われる。したがって ν の評価も含めて、領域II、IIIの領域での算定手法には再検討が必要と思われる。



図一11 塑性理論と実験結果との比較 ($\xi_0 \sim \eta$ 関係)



図一12 塑性理論と実験結果との比較 ($\psi \sim \eta$ 関係)

5. 結 論

以上のような考察に基づき、本論の結論として次のようにまとめる。

(1) Nielsen らによって提案された塑性理論を採用して鉄筋コンクリート平板の面内せん断耐力に関する評価手法を示すとともに、著者らによる力学的解釈を付与した。このことによって破壊モードによって分類される5つの降伏条件を明瞭に再現したといえる。しかし、塑性理論は簡便な材料仮定から出発し、解析解（閉解）を目指すものであり、定着・付着破壊やひびわれ界面のせん断伝達など局所的な現象は取り入れにくいことを指摘した。

(2) さらに、無次元量による表示、コンクリートの有効係数の導入を試み、同理論をより一般的・現実的な評価式に発展させた。このことによりすべての降伏条件を3種の無次元量 η , ξ および ψ によって簡潔に記述することが可能となった。

また、縦・横両方向の鉄筋係数が等しいときに限り、鉄筋方向による異方性はなくなり、直交配筋であれば本理論で与えられる諸式が任意の配筋方向に対して成立することが判明した。

(3) 本算定式を軸応力と鉄筋量をパラメーターとする13体の鉄筋コンクリート円筒ねじり実験の実測結果と照合した。その結果、両者はよく一致し、特に、面内せん断耐力が鉄筋量や軸応力の変化によって頭打ち現象となることをよく説明している。しかし、コンクリートの圧縮破壊が先行する領域Ⅱ、Ⅲではやや不十分で、これはコンクリート圧縮強度の有効係数 ν についてさらに検討を必要とするものである。

6. あとがき

コンクリート部材の崩壊に至るまでのせん断挙動は、きわめて複雑で多くの要因に支配され、より詳細な解析が必要とされる。最近の研究は、有限要素法の発展と相まって、ひびわれ面のせん断伝達機構、鉄筋の付着やダボ作用の検討など、よりミクロな方向に向かいつつあるように思われる。

一方これとは逆に、より単純な仮定のもとに一般性を失うことなく降伏条件を定め、部材レベルから構造系への解析に発展させることも肝要である。特に、設計面への応用、一般構造の算定手法につながるものが望ましい。著者らはこのような観点から塑性理論を採用し、面内力を受ける平板問題への適用性について考察した。

記 号

本文で用いた主要記号を次のようにまとめる。

添字 1, 2: X 軸方向, Y 軸方向を示す

A_1, A_2 : 単位幅当たりの鉄筋量

t : 平板の厚さ

p_1, p_2 : 鉄筋比 $p = A/t$

ψ_1, ψ_2 : 鉄筋係数 $\psi = p f_y / f_c$

f_c : コンクリートの圧縮強度(標準供試体による)

f_y : 鉄筋の降伏強度

σ_{eq} : 鉄筋の等価応力 $\sigma_{eq} = p f_y$

σ_1, σ_2 : 平板に作用する軸応力

τ : 平板に作用するせん断応力

μ : 両方向鉄筋量(鉄筋係数)の比

$\mu = \psi_2 / \psi_1 = p_2 / p_1$

R : 両方向鉄筋係数の和 $R = \psi_1 + \psi_2$

σ_0 : 一方向のみ作用するときの軸応力

ν : コンクリート圧縮強度の有効係数

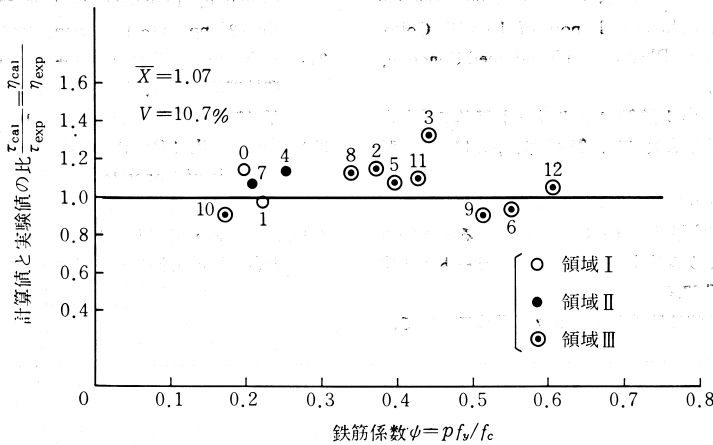


図-13 塑性理論による計算値と実験結果との比較

ξ : 軸応力に関する無次元量 $\xi = \sigma / f_c$

η : せん断耐力に関する無次元量 $\eta = \tau / f_c$

参考文献

- 1) 六車 照・渡辺史夫・藤井正則：せん断力を受ける鉄筋コンクリート壁の力学的性質に関する実験研究，第6回コンクリート工学年次講演会論文集，日本コンクリート工学協会，pp.705~708，昭59.7.
- 2) 吉川弘道・飯田 剛・角 一行・中川晶夫・山縣博士：コンクリート製格納容器のせん断挙動に関する研究，(その1)鉄筋コンクリート円筒体のねじり加力実験，間組研究年報(1982年版) pp.157~173，昭58.4.
- 3) Collins, M.P. : Towards a Rational Theory for RC Members in Shear, ASCE. ST4, Vol.104, pp.649~666, April 1978.
- 4) 吉川弘道・田辺忠顕：ひびわれを有する鉄筋コンクリート板の平面応力場における構成方程式，コンクリート工学(論文)，Vol.24, No.6, 日本コンクリート工学協会，pp.93~110，昭61.6.
- 5) 吉川弘道・梅原秀哲・田辺忠顕：面内せん断力を受ける鉄筋コンクリート平板に関する破壊モードの推定ならびに終局耐力式の提案，土木学会論文集，第360号/V-3, pp.139~145，昭60.8.
- 6) 岡村 甫・前川宏一：コンクリート構造物の有限要素解析における解析モデルの評価，RC構造の有限要素解析に関するコロキウム論文集，日本コンクリート工学協会，pp.139~146，昭59.12.
- 7) 岡村 甫・前川宏一：研究展望—鉄筋コンクリートにおける非線形有限要素解析，土木学会論文集，No.360/V-3, pp.1~10，昭60.8.
- 8) Ohsaki, Y., Ibe, Y. and Aoyagi, Y. : Drafted Japanese Design Criteria for Concrete Containment, SMiRT-6, J1/2, 1981.
- 9) Nielsen, M.P. : Limit Analysis and Concrete Plasticity, Prentice-Hall Series in Civil Engineering Mechanics, 1984.
- 10) Chen, W.F. : Plasticity in Reinforced Concrete, McGraw-Hill, 1982.
- 11) Marti, P. : Plastic Analysis of Reinforced Concrete Shear Walls, Introductory Report of IABSE Colloquium, Copenhagen, Plasticity in Reinforced Concrete, pp.51~69, 1979.
- 12) 小野 薫・田中 尚：鉄筋コンクリート壁体の Limit Design, 日本建築学会論文集，第49号，pp.42~48，昭29.9.
- 13) 南 宏一：せん断を受ける鉄筋コンクリート部材の極限解析について，RC構造のせん断問題に対する解析的研究に関するコロキウム論文集，日本コンクリート工学協会，pp.1~16，昭57.6.
- 14) 檜貝 勇：最近の塑性理論およびトラス理論について，RC構造のせん断問題に対する解析的研究に関するコロキウム論文集，日本コンクリート工学協会，pp.17~24，昭57.6.
- 15) 白井仲明・白石一郎・村上利憲：RC耐震壁の終局強度に関する既往のマクロモデルについて，RC耐震壁のマクロモデルとFEMマイクロモデルに関するパネルディスカッション論文集，日本コンクリート工学協会，pp.5~20，昭63.1.
- 16) 南 宏一・渡辺史夫：RC耐震部材のせん断設計式の開発—日本建築学会RC耐震設計小委員会せん断WGの考え方—，RC耐震壁のマイクロモデルとFEMマイクロモデルに関するパネルディスカッション論文集，日本コンクリート工学協会，pp.21~40，昭63.1.
- 17) Nielsen, M.P. : Yield Conditions for Reinforced Concrete Shells in the Membrane State, Proc. IASS Symposium, Warsaw 1963, Amsterdam 1964, pp.1030~1040.
- 18) Nielsen, M.P. : On the Strength of Reinforced Concrete Discs, Acta Polytechnica Scandinavica, Civil Engineering and Building Construction Series No.70, Copenhagen, 1971.
- 19) Braestrup, M.W., Nielsen, M.P. and Bach, F. : Plastic Analysis of Shear in Concrete, Hauptvortrag, T 3-T 14, 1978.
- 20) Vecchio, F. and Collins, M.P. : The Response of Reinforced Concrete to In-Plane Shear and Normal Stresses, University of Toronto, Department of Civil Engineering, No.82-03, March, 1982.
- 21) 角 一行・長 稔・粟研地彰・川股重也：鉄筋コンクリート平板におけるコンクリートの力学的特性(その2：コンクリートストラットの応力-ひずみ関係)，日本建築学会大会学術講演梗概集(近畿)，pp.367~368，昭62.10.
- 22) 宮原長久・川上泰司・前川宏一：ひびわれを含む鉄筋コンクリート板要素の一軸圧縮応力下における非線形挙動，土木学会論文集，第378号/V-6, pp.249~258，昭62.2.
- 23) Jensen, B.C. : Lines of Discontinuity for Displacements in the Theory of Plasticity of Plain and Reinforced Concrete, Magazine of Concrete Research, Vol.27, No.92, pp.143~150, Sep. 1975.
- 24) 檜貝 勇：鉄筋コンクリートはりのせん断破壊における塑性理論の検討，第36回土木学会年次学術講演会概要集，V-150, pp.298~299，昭56.10.
- 25) Exner, H. : On the Effectiveness Factor in Plastic Analysis of Concrete, IABSE Colloquium, pp.35~42, 1980.
- 26) 吉川弘道・田辺忠顕：塑性理論による面内せん断耐力式と各種算定式との比較，土木学会論文集第V部門(投稿中)(1988.5.24・受付)